



DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

MASTEROPPGAVE

Studieprogram/spesialisering: Master i teknologi – Konstruksjoner og materialer, 5-årig Bygg Fordypning Offshore konstruksjoner	Vårsemesteret, 2015 Åpen
Forfatter: Kristian Bjørsvik (signatur forfatter)
Fagansvarlig: Jasna B. Jakobsen (UiS) Veileder(e): Jasna B. Jakobsen (UiS) Bruno Villoria (Statens Vegvesen)	
Tittel på masteroppgaven: Vind-indusert respons av flytebro over Bjørnafjorden Engelsk tittel: Wind-induced response of floating bridge across Bjørnafjorden	
Studiepoeng: 30	
Emneord: Flytebro Dynamisk vindanalyse Modalanalyse Matlab	Sidetall: 58 + vedlegg/annet: 25 Stavanger, 15.06/2015 dato/år

Forord

Masteroppgaven er avsluttende del av min 5-årige mastergrad i Konstruksjoner og materialer ved Universitetet i Stavanger. Jeg har hatt fordypning i både bygg og offshore konstruksjoner gjennom mitt studium noe som var et godt utgangspunkt for oppgaven jeg valgte. Oppgaven ble utformet i samarbeid med SVV og Jasna Jakobsen ved UiS og tar for seg den dynamiske responsen til en flytebro som er en av løsningene for å krysse Bjørnafjorden.

Oppgaven har vært spennende og lærerik å jobbe med, men til tider litt i overkant uoversiktlig. Prosjektet er utfordrende og var i konseptstadiet i den perioden jeg arbeidet med oppgaven og det var krevende å forholde seg til at lite var definert og at konseptet var under stadig endring. Ettersom broen ikke ble modellert før sent i semesteret og den egentlig aldri kom til et tilfredsstillende nivå innen oppgaven skulle leveres er resultatene i oppgaven svært usikre. Dette til tross for en helte innsats av veilederen min ved Statens vegvesen. Det har av den grunn vært vanskelig å komme frem til noen gode konklusjoner.

Til tross for vanskelighetene med oppgaven sitter jeg igjen med mange gode erfaringer som jeg vil dra nytte av i arbeidslivet.

Det er mange som har vært med og hjulpet meg underveis med oppgaven. Og uten deres hjelp og bidrag hadde nok oppgaven ikke blitt ferdigstilt.

Først vil jeg takke Mathias Eidem som gav meg muligheten til å få skrive oppgave for Fjordkryssingsgruppa i Statens vegvesen.

Jeg vil også takke Bruno Villoria, veilederen min i Statens vegvesen, for god hjelp med elementmodellen i RM-bridge og for å gi gode innspill og råd til oppgaven.

En spesiell takk vil jeg gi Jasna B. Jakobsen som har satt av mye tid til å hjelpe meg med modalanalysen og for ellers å gi gode og kjappe svar på mail gjennom semesteret.

Til slutt vil jeg takke klassekamerat Pål Vatsvåg Nielsen, som jeg har delt kontor med dette semesteret, for mange gode diskusjoner rundt ulike problemstillinger i oppgaven og ellers det gode arbeidsmiljøet.

Stavanger, 15.06.2015

Kristian Bjørsvik

Sammendrag

Å gjøre E39 ferjefri er et stort og omfattende prosjekt. Det krever nytenkning og høy kompetanse av de som skal finne gode og trygge løsninger for kryssing av de norske fjordene. Flytebroer vil på slike steder være eksponert for store miljølaste og da spesielt fra vind. I seg selv er det utfordrende å konstruere broer med lange spenn på land. Så når fundamentering for flytebroer finner sted på flyteelementer er det nye og til en viss grad uante problemstillinger som reiser seg.

Vil stabiliteten til broen være tilfredsstillende i alle vær-situasjonene som kan inntreffe med en viss sannsynlighet i broens levetid?

Vil bølge- og vindlastene ha en ugunstig samvirkning på konstruksjonen?

Vil de kjente instabilitetsfenomen for broer bli påvirket av den mindre stive fundamenteringen.

Hvordan vil korrelasjonen av fluktuerende vind for en konstruksjon med lang utstrekning være, og er de til nå anerkjente metodene tilfredsstillende?

I oppgaven har det blitt sett nærmere på:

- Forventede forskyvninger fra den fluktuerende delen av vinden
- Korrelasjonseffekter
- Bruken av admitansfunksjoner for konstruksjoner med lave egenfrekvenser.

Det har vist seg utfordrende å få gode resultater fra et ny-innført analyse-program hos Statens vegvesen. Blant annet er usikkerheten til resultatene i oppgaven betydelige.

Det konkluderes i oppgaven med:

Admitansfunksjoner for brokassetverrsnitt har liten innvirkning på de totale responsene og kan som en god tilnærming utelates i beregninger for flytebroer og evt. andre store konstruksjoner der de viktigste svingeformene har høye perioder (flere sekunder).

Kryssvindspekterets konstant C , påvirker tydelig resultatene av responsen og det er av den grunn avgjørende å bestemme rett verdi for C .

Maksimal dynamisk horisontal forskyvning på 4-5 m

Maksimal dynamisk vertikal forskyvning på 0.12-0.21 m

Maksimal dynamisk torsjon på 0.37 grader.

Beregningen i oppgaven inneholder antakelig betydelige usikkerheter.

Innholdsfortegnelse

Forord	iii
Sammendrag	iv
Forkortelser	vii
Figurliste.....	viii
Tabelliste	ix
1 Innledning	1
1.1 Bakgrunn	1
1.2 Flytebro.....	2
1.3 Bølgelaster	2
1.4 Beskrivelse av flytebroen i oppgaven.....	2
1.5 Beskrivelse av vinden	8
1.5.1 Vind spektrum	9
1.5.2 Horisontalt vindspektrum	10
1.5.3 Vertikalt vindspektrum.....	11
1.5.4 Kryssvindspektrum.....	12
1.5.5 Vertikalt kryssvindspektrum	14
1.5.6 C-konstanten.....	14
1.6 Bevegelsesinduserte instabiliteter.....	16
1.6.1 Statisk divergens	16
1.6.2 Galloping	17
1.6.3 Torsjonsflutter	17
1.6.4 Klassisk flutter.....	17
1.6.5 Aktualitet for oppgaven.....	18
1.7 Dataprogrammer	18
1.7.1 MatLab	18
1.7.2 RM Bridge.....	18
1.8 Buffeting theory.....	19
2 Modal analyse	20
2.1 Definerings av akser og retninger	20
2.2 Representasjon av vinden	20
2.3 Kraftoverføring fra vinden.....	21
2.4 Dynamisk likevekt	23
2.5 Lastspektrum	24
2.6 Respons.....	25

2.7	Total respons.....	26
2.7.1	Maksimal dynamisk respons	27
2.8	Formfaktorer	27
2.8.1	Brobjelken	27
2.8.2	Tårn	28
2.8.3	Kabler (skråstag)	28
2.8.4	Søyler	28
2.9	Masse	28
2.9.1	Translasjonsmasse	29
2.9.2	Tregghetsmoment	29
2.10	Dempning	33
2.11	Stivhet	34
2.12	Aerodynamisk admitanse	35
2.13	Svingeformer og egenfrekvenser	36
2.14	Vindlast.....	39
2.15	Tilleggs beskrivelser til matlab-program.....	40
3	Resultater	43
3.1	Ren vertikal respons (z-retning)	43
3.2	Kombinert torsjon og horisontal respons.....	45
3.2.1	Sideveis respons (y-retning).....	45
3.2.2	Torsjons respons (x-akse).....	45
3.3	Ren horisontal respons.....	47
3.4	Diskusjon	48
4	Oppsummering	49
4.1	Konklusjon.....	49
4.2	Videre arbeid	49
	Referanser.....	51
	Vedlegg	1
A:	Vindberegninger etter Eurokode (NS-EN 1991-1-4)	1
B:	Forenklete statiske beregninger fra vindlast.....	3
C:	Svingeformer og egenfrekvenser fra RM-Bridge.....	7
D:	Matlab-programmer og Excel-ark	17
E:	Plot fra matlab	18
F:	Instabilitets beregninger	25

Forkortelser

SVV	Statens vegvesen
FKP	Fjordkryssingsprosjektet.
FEM	Finite Element Modelling

Figurliste

Figur 1-1: Alternative kryssninger over Bjørnafjorden (www.vegvesen.no)	1
Figur 1-2: Oppriss av broen	3
Figur 1-3: Tverrsnitt av brobjelken (Høybro)	4
Figur 1-4: Tverrsnitt av brobjelken (Sidespenn)	4
Figur 1-5: Søyler til Sidespennene, Snitt gjennom brobjelken (Venstre) og sett fra siden (Høyre)	5
Figur 1-6: Ett av tårnene til Høybroen	5
Figur 1-7: Tårn-benene.....	6
Figur 1-8: Plantegning pontong (Sidespenn)	6
Figur 1-9: Plantegning av pontong (Høybro).....	7
Figur 1-10: Skisse av forankring	7
Figur 1-11: 3D Illustrasjon av forankring sett mot nord	8
Figur 1-12: Vindspektrum	10
Figur 1-13: Mekanisk overføringsfunksjon.....	10
Figur 1-14: Lastspektrum	10
Figur 1-15: Responsspektrum	10
Figur 1-16: Turbulens komponentene u_1 og u_2 med stedvis separasjon Δx	12
Figur 1-17: Normalisert co-spektrum. $V=40\text{m/s}$ og $C=10$	14
Figur 1-18: Normalisert co-spektrum for fast frekvens $n=0.5\text{Hz}$ for ulike verdier av C	15
Figur 1-19: Normalisert co-spektrum for fastsatt separasjonsavstand, $\Delta x = 20\text{m}$	15
Figur 1-20: Rotasjonssenter ved klassisk flutter	18
Figur 2-1: Momentant strømming og forskyvnings størrelser (Strømmen, 2010, s. 92)	21
Figur 2-2: Illustrasjon av midlere og maksimal respons	27
Figur 2-3: Rotasjonsradius	30
Figur 2-4: Rotasjonsakse	30
Figur 2-5: Sammenligning av admitanse funksjonene	36
Figur 2-6: En-sidede variansspektrum $S_z, z = 50(n)$	39
Figur 2-7: En-sidede variansspektrum $S_w, z = 50(n)$	39
Figur 2-8: Plot av funksjonen $ISW(n)$ i vertikalretning for en bestemt svingeform	41
Figur 3-1: Maksimal dynamisk vertikal forskyvning [m] for $C=10$, $d=5\%$, uten admitansefunksjon og RM-bridge egenperioder	44
Figur 3-2: Maksimal dynamisk horisontal forskyvning [m] for $C=10$, $d=5\%$ og RM-bridge egenperioder	45
Figur 3-3: Maksimal dynamisk torsjon [m] for $C=10$, $d=5\%$ og RM-bridge egenperioder.....	46
Figur 3-4: Maksimal dynamisk horisontal forskyvning [m]	47

Tabelliste

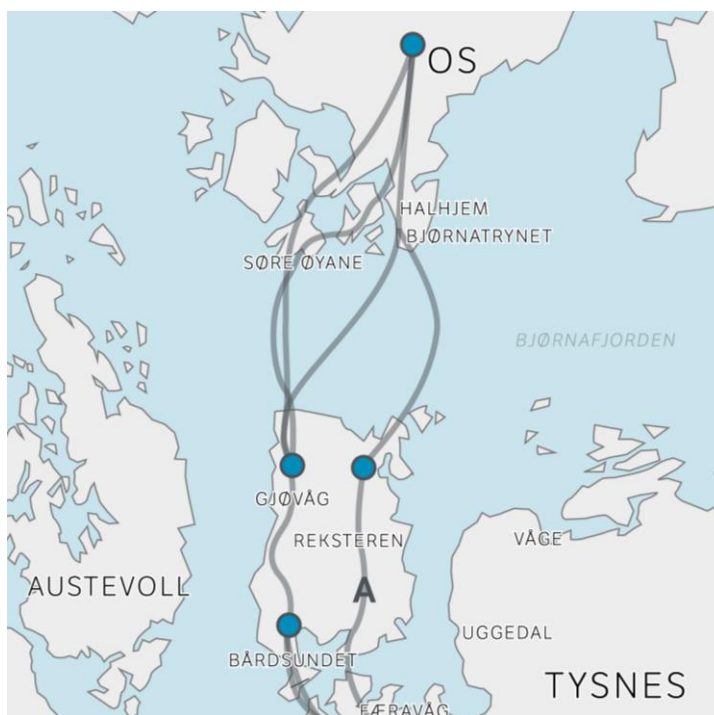
Tabell 2-1: Translasjonsmasser	29
Tabell 2-2: Treghetsmoment	31
Tabell 2-3: Sammenstilling av egenperioder i sekund for de 10 første svingeformene	37
Tabell 2-4: Ikke samsvarende svingeformnummer. (? = mangler informasjon)	37
Tabell 2-5: Svingeformer fra RM-Bridge	38
Tabell 3-1: Sammenligning av maskimal dynamisk vertikal respons [m] for ulike Admitanse funksjoner og ko-koherens	43
Tabell 3-2: Differansen mellom admitanse funksjonene basert på L. 3-1.	43
Tabell 3-3: Sammenligning av maskimal dynamisk horisontal respons [m] for ulike egenperioodesett og ko-koherens der det hydrodynamiske dempningsforholdet er 5%	45
Tabell 3-4: Sammenligning av maskimal dynamisk torsjons respons [°] for ulike egenperioodesett og ko-koherens der det hydrodynamiske dempningsforholdet er 5%	45
Tabell 3-5: Sammenligning av maskimal dynamisk horisontal respons [m] for ulike egenperioodesett og ko-koherens der det hydrodynamiske dempningsforholdet er 5%	47

1 Innledning

1.1 Bakgrunn

Sommeren 2010 fikk Statens vegvesen (SVV) i oppdrag fra regjeringen å utrede en ferjefri kyststamvei for E39 mellom Kristiansand og Trondheim (Statens vegvesen, 2015). Oppdraget var firedelt og omhandlet utredning av den samfunnsøkonomiske utnyttingsgraden, de teknologiske løsningene, muligheten for kombinasjon med kraftproduksjon og egnede kontraktsformer. Det teknologiske delprosjektet som går under navnet Fjordkryssing er ledet av Mathias Kjerstad Eidem i SVV Region vest. Hovedoppgaven til Fjordkryssingsprosjektet (FKP) er å utvikle og vurdere ulike teknologiske løsninger for kryssing

av fjordene langs E39 og da spesielt de bredeste fjordene. Det er per dagsdato få sammenlignbare prosjekter i verden og det er av den grunn et omfattende og utfordrende prosjekt. FKP har engasjer flere rådgivende og prosjekterende selskaper samt forsknings og universitetsmiljøer med kompetanse innen brokonstruksjoner, offshorekonstruksjoner og marine operasjoner til å evaluere de ulike teknologiske løsningene.



Figur 1-1: Alternative kryssninger over Bjørnafjorden (www.vegvesen.no)

Bjørnafjorden er en av fjordene som etter planen skal krysses og den er lokalisert 3 mil sør for Bergen mellom kommunene Tysnes i sør og Os i nord. Det er vurdert flere ulike steder for kryssing av fjorden der fjordbredden varierer mellom 5 og 6 km for de ulike alternativene. Havdybden i det aktuelle området varierer mellom 300 og 550m for størstedelen av kryssningene. Våren 2015 har ulike konsepter blitt vurdert for kryssing av fjorden der flytebro- og rørbrovarianter er de mest aktuelle. Bjørnafjorden ligger nær åpent hav mot vest som preger fjorden i form av betydelig vind, bølge og strømnings påkjenninger. Konseptene har ulik eksponering for disse miljølastene og det påvirker i stor grad vurderingen av konseptene.

Flytebrokonseptet som det i oppgaven har blitt sett nærmere på er den med rett utforming og hvor høybroen er plassert midtfjords. SVV har for dette konseptet engasjert COWI som hovedprosjekterende. Frem til og med våren 2015 har Aas-Jakobsen og Global Maritime utført datamodell-analyser. De har beregnet laster og respons fra vind, bølger og havstrømning på hele flytebroen. Resultatene er presentert i det interne dokumentet «Straight bridge Stage 2 – Environmental loading analyses» (COWI, 2015). Dokumentet har vært under opparbeiding våren 2015, samtidig som arbeidet med denne oppgaven ble utført.

1.2 Flytebro

Flytebroer er ikke en ny type konstruksjon. Det er bygget flere permanente og mobile flytebroer opp gjennom årene.

Flytebroer består normalt sett av en brobjelke flytende på flyteelementer. Flyteelementene kalles også pontonger. Disse kan enten være frittflytende og koblet til brobjelken alene eller de kan i tillegg være forankret med kjettinger eller liner til havbunnen. Flytebroer med sideveis forankring er ofte rette i horisontalplanet. Mens derimot endeforankrede ofte er buet grunnet større behov for å ta opp krefter og lede de ut til endene uten å generere for høyt moment slik at broen knekker sammen.

Flytebroer vil i tillegg til egenlast og nyttelast være belastet av flere ulike miljølaster. De vanligste er strømming, vind og bølger. Frem til nå har i hovedsak flytebroer blitt bygget i områder som er forholdsvis skjermet for disse miljølastene. Å bygge en flytebro i et område med betydelige miljølaster vil kreve enda mer av konstruksjonens integritet i tillegg til at den gjeldende analysemetodikken må utvikles.

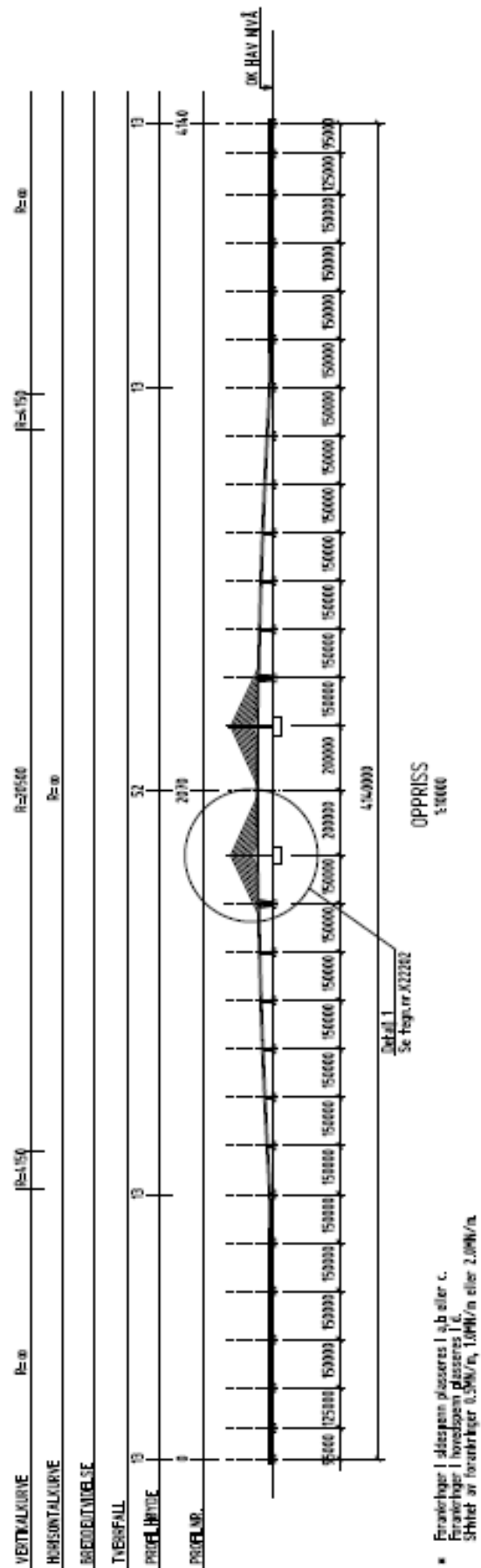
Det har vist seg at modellering av flytebroer i FEM-programmer er særdeles utfordrende og komplekst. Til nå har det eksistert FEM-programmer som fungerer bra til å modellere enten offshorekonstruksjoner eller landfundamenterte konstruksjoner. En flytebro derimot befinner seg i skjæringspunktet mellom disse og har dermed vist seg utfordrende å modellere.

1.3 Bølgelaster

Utformingen av pontongene har stor innflytelse på responsen til flytebroen ved bølger. Ved stort vannplanareal vil stivheten være høy og broen vil respondere raskt slik at broen svinger med omtrent samme amplitude som bølgene. Ved lite vannplanareal vil stivheten være lav og responsen fra bølgelast vil være liten vertikalt og med høy periode. Et vannplanareal mellom disse tilstandene kan gi resonans for bølgefrekvenser som normalt kan opptre i et bestemt havområde. Dette vil kunne gi langt høyere respons enn amplituden til bølgen. Det er derfor gunstig med et lavt vannplanareal med tanke på dynamisk bølgerespons. Flytebroen er da massedominert. Det skal nevnes at et lite vannplanareal kan gi problemer for bæreevnen til broen da pontongen må ha betraktelig større dypgang for å kunne generere tilstrekkelig med oppdrift for å bære de variable lastene i vertikal retning. Pontongenes bevegelse vil kunne skape virvler i vannet som vil virke dempende på responsen. Dempningen kan ved forenkling ses på som en tilleggs-masse i systemet. Oppgaven har ikke som mål å se på bølgelastene på broen og de er av den grunn ikke nevnt i særlig grad videre i oppgaven.

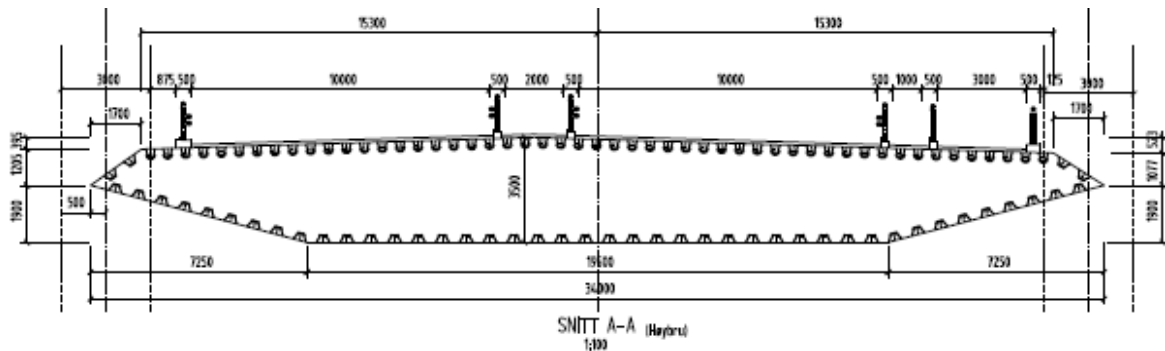
1.4 Beskrivelse av flytebroen i oppgaven

Tegningene i dette avsnittet er hentet fra et internt dokument (COWI, 2015) som inneholder miljølastanalyse for flytebroen.

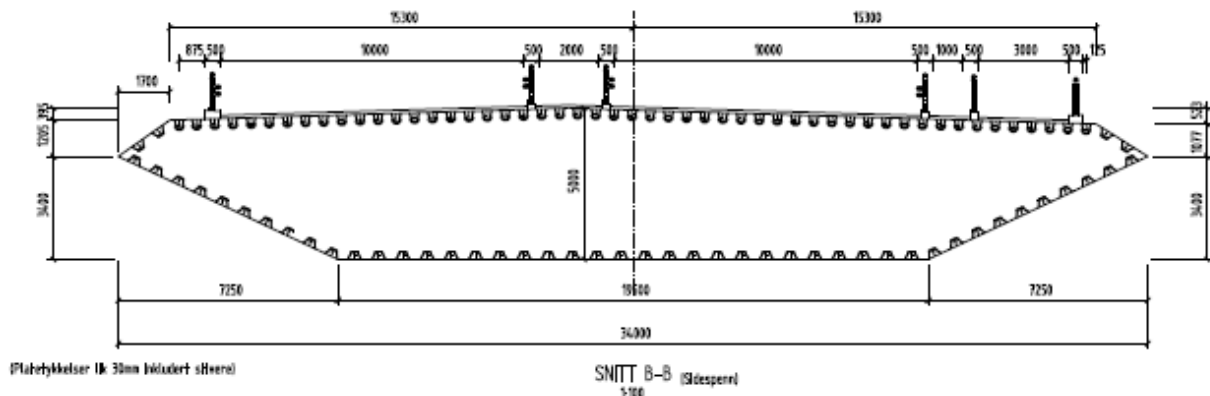


Figur 1-2: Oppriss av broen

Flytebroen er 4140 meter lang og er rett i horisontalplanet med en høybro midtfjords. Brobjelken flyter på 26 flyteelement (pontonger). Sidespennene har en spennavstand på 150 meter mellom pontongene med unntak av de to første spennene i hver ende. Fra land og til de to første pontongene i hver ende er det henholdsvis 95 og 125 meter. Høybroen er en skråstagsbro som er fundamentert på pontonger med et hovedspenn på 400 m og en seilingshøyde på 50 m. Broen er sideforankret ved pontong nummer 13 og 14, som tårnene hviler på, og pontong nummer 7 og 20, som er midt på sidespennene. Til sideforankring vil det brukes kjettinger eller liner festet til pontongene i vannskille og til havbunnen.

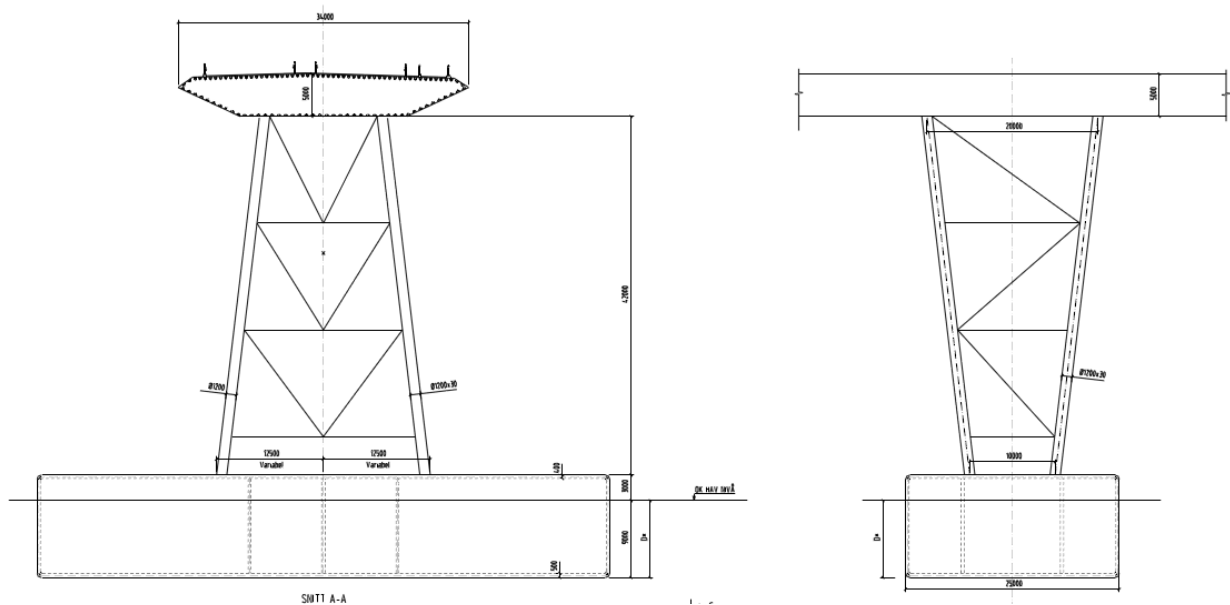


Figur 1-3: Tverrsnitt av brobjelken (Høybro)



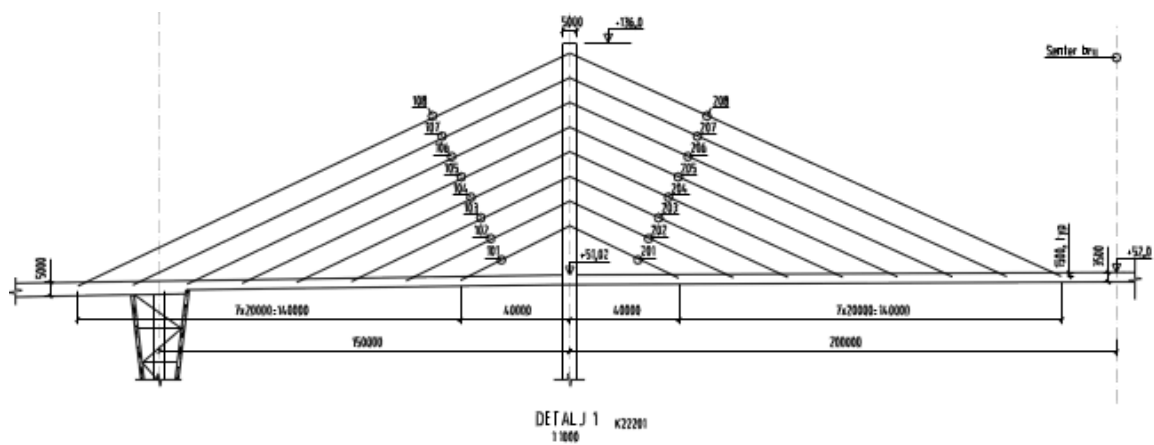
Figur 1-4: Tverrsnitt av brobjelken (Sidespenn)

Brobjelken er en tett konstruksjon utformet som et kasse-tverrsnitt av avstivede plater. Bredden av brobjelken er 34 meter og er lik over hele lengden. Broen vil ha bredde nok til 4-feltsvei og et gang- og sykkelstige. Høyden av brobjelken er derimot redusert for høybroen til 3.5 meter mot sidespennene sine 5 meter for å redusere vindlast, vekt og kostnad på høybroen. Det vil også være montert vindskjermer på begge sidene av brobjelken for å beskytte trafikken. Formfaktorene i oppgaven baserer seg på standard vindskjermer.

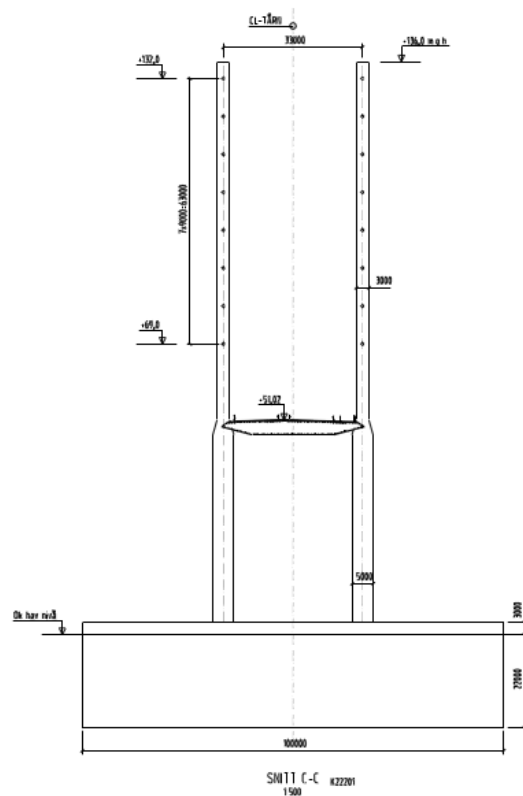


Figur 1-5: Søyler til Sidespennene, Snitt gjennom brobjelken (Venstre) og sett fra siden (Høyre)

Brobjelken i sidespennene hviler på søyler fundamentert til pontonger. Høyden til søylene varierer med høyden til brobjelken.

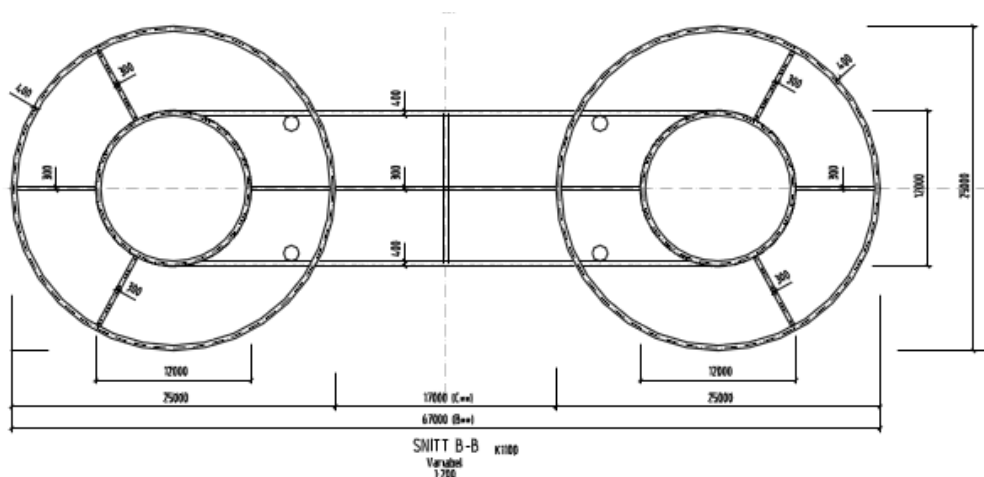


Figur 1-6: Ett av tårnene til Høybroen



Figur 1-7: Tårn-benene

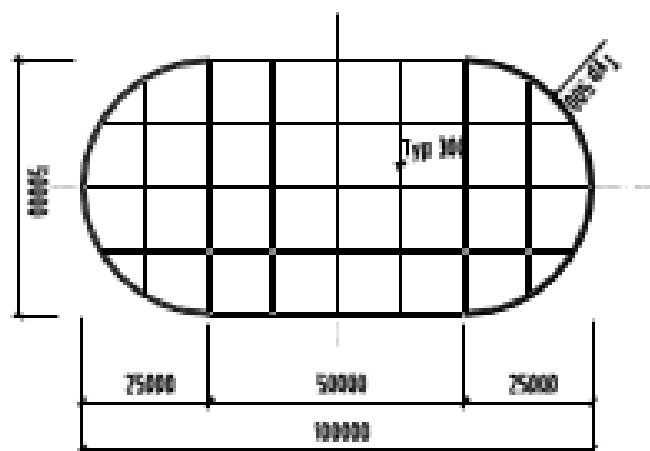
Høybroen er av typen skråstagbro og består av to tårn, hvert bestående av to tårn-ben. 16 skråstag er montert til hvert tårn-ben, 8 stk. på hver side og totalt 32 stk. per tårn. Tårnene er fundamentert til hver sin pontong 3 m.o.h. og hvert rager 136 m.o.h.



Figur 1-8: Plantegning pontong (Sidespenn)

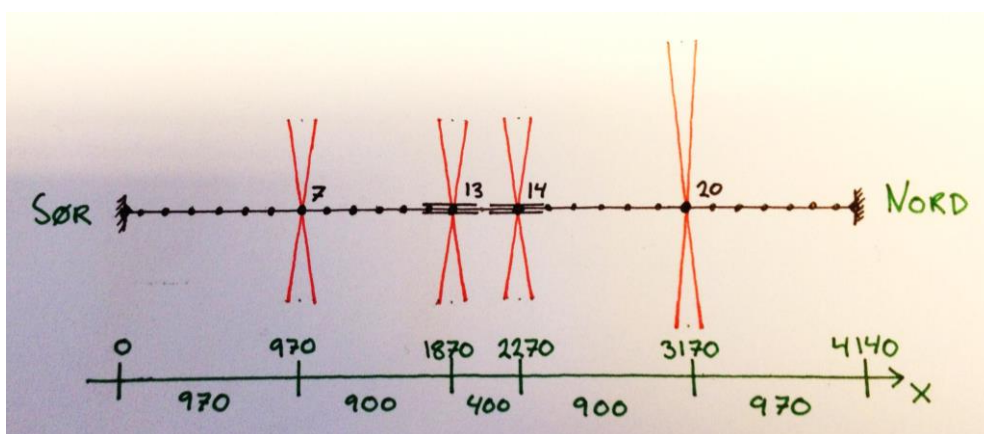
Pontongene til broen har ulik utforming alt etter hvor på broen de er lokalisert. For sidespennene er egenlasten mindre enn for høybroen og av den grunn er vannplanarealet mindre for disse. Pontongene til sidespennene er utformet som to delvis uthulede sylindere separert av en bjelke med varierende avstand. Der brobjelken har lav høyde over havflata er det mindre behov for rotasjonsstivhet enn der brobjelken er høyere. Senteravstanden mellom

sylinderne er 46m for pontong 1-7 og 20-26 mens den er 52m for pontong 8-12 og 15-19. De er alle konstruert til å ha en dypgang på 13m ved egenlast.

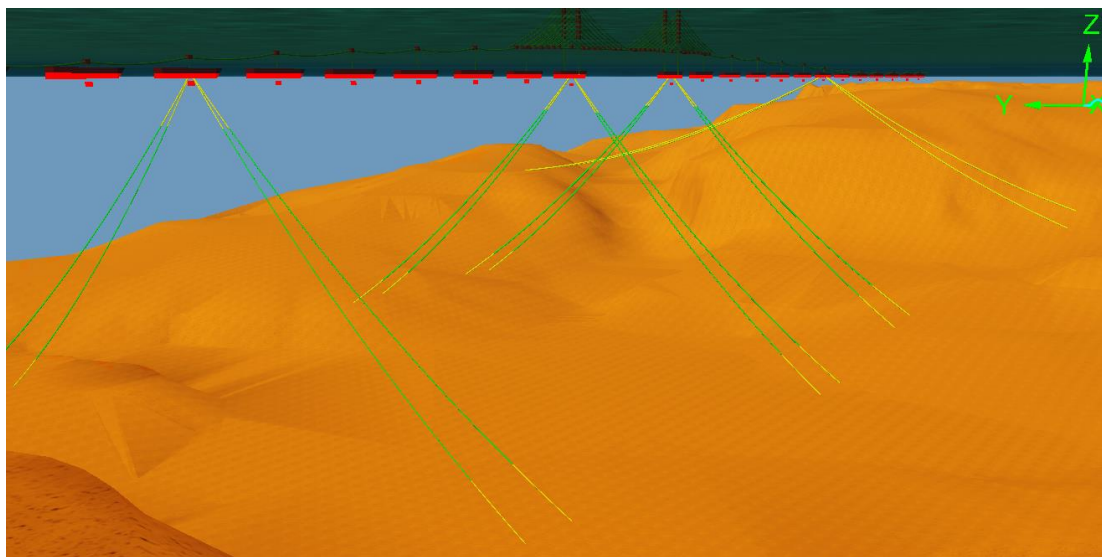


Figur 1-9: Plantegning av pontong (Høybro)

Pontongen til høybroen bærer mer egenlast enn pontongene i sidespennene og de har av den grunn større vannplanareal og dypgang. Rotasjonsstivheten i selve den geometriske utformingen av pontongen er ikke særlig større enn den for sidespennene. Som kompensasjon er ballasten i disse pontongene vesentlig større med sine 56000tonn mot største ballasten i sidespennene som er 3000tonn.



Figur 1-10: Skisse av forankring



Figur 1-11: 3D Illustrasjon av forankring sett mot nord

Broen er forankret til havbunnen for å kunne motstå sideveiskreftene. De horisontale stivhetene som forankringen gir de tilknyttede pontongene varierer i og med at topografien av havbunnen er ujevn.

1.5 Beskrivelse av vinden

Vind blir som oftest beskrevet ved statistiske verdier med utgangspunkt i målinger ved det aktuelle stedet og langtidsmålinger ved nærliggende målestasjoner. Målingene tas vanligvis 10 meter over bakken over 10 minutters intervaller. Ut fra målingene hentes gjennomsnittsverdien og standard avviket. Verdiene for alle målingene samles og skales til en bestemt returperiode og gir grunnlaget for vindanalysene.

Gjennomsnittsverdien brukes til å beregne den statiske belastningen på konstruksjonen mens standard avviket gir informasjon om turbulensen slik at de dynamiske belastningene kan beregnes.

Turbulensen, den fluktuerende vindhastigheten, beskrives ofte i form av turbulensintensitet, I_u , som er forholdet mellom standard avviket, σ_u , og gjennomsnittsverdien, V . Denne beregnes likt for de tre retningene; horisontal- (u), vertikal- (w) og tverretning (v).

Standardavvik er definert som:

$$\sigma_u = \left[\frac{1}{T} \int_0^T [U(t) - V]^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}$$

L. 1-1

Der $U(t) = u(t) + V$.

Turbulensintensitetene er definert som standardavviket dividert på gjennomsnittsvindhastighet som videre kan gis verdier fra forholdet mellom referansehøyde og ruhetslengde ved følgende formler (Holmes, 2007, s. 58).

$$I_u = \frac{\sigma_u}{V} = \frac{1}{\ln(z/z_0)}$$

L. 1-2

$$I_v = \frac{\sigma_v}{V} = \frac{0.88}{\ln(z/z_0)}$$

L. 1-3

$$I_w = \frac{\sigma_w}{V} = \frac{0.55}{\ln(z/z_0)}$$

L. 1-4

For flytebroer er det interessant å nevne at gyldigheten til 10-minutters vindmålinger er diskutert i fagmiljøer. Grunnen ligger i at flytebroer har lange svingeperioder og det vil da ikke observeres tilstrekkelig antall svingninger innenfor måleperioden på 10 minutter. I offshore sammenheng er det vanlig å operere med 3 og 6 timers målinger for (bølger) Oppgaven har ikke som mål å se nærmere på denne utfordringen og vil videre basere seg på standard metodikk der 10-minutters vindmålinger er grunnlaget for å beregne vindens karakter.

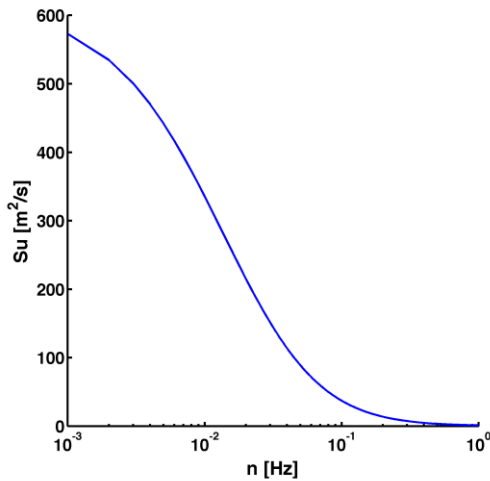
1.5.1 Vind spektrum

Vindens karakteristikk kan beskrives i form av frekvenser. Frekvens-innholdet i vinden sett i forhold til egenfrekvensene til konstruksjonen er det viktig å ha en oversikt over da konstruksjonen for like frekvenser er spesielt følsom for dynamisk last.

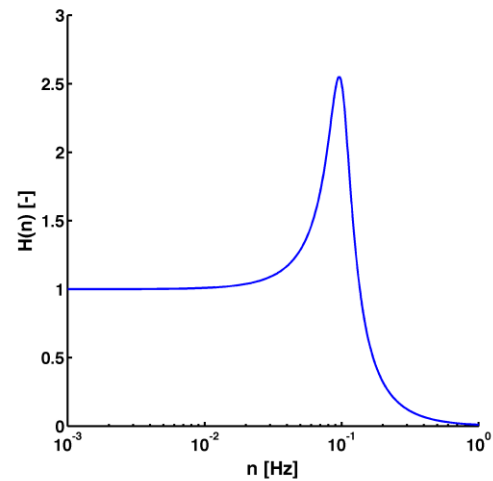
Innsamlet data for en bestemt tidsperiode kan beskrives som summen av periodiske funksjoner med ulike frekvenser og amplituder. Det er vanlig å bruke Fourier transformasjon til denne prosessen. Videre kan det lages et spektrum for dataene ved å opprette en funksjon som beskriver bidragene fra de ulike frekvensene Figur 1-12. Dette er gunstig ved beregning av responsen til en konstruksjon i frekvensplan.

Respons kan også gis i form av et spektrum på samme måte som vindspektrumet. Responsspektrumet er påvirket av flere faktorer. Først er vindspektrumet Figur 1-12 multiplisert med kraftkomponenter og koherensfunksjon m.m. for den aktuelle konstruksjonen slik lastspektrum Figur 1-14 fremkommer. Konstruksjonen vil nær sine egenfrekvenser oppleve resonans og den effekten er beskrevet av den mekaniske overføringsfunksjonen, $H(n)$, Figur 1-13. Det endelige responsspektret Figur 1-15 er et produkt av lastspektrumet og den mekaniske overføringsfunksjonen. Responsspektrumet kan deles i to bidrag. Det ene er fra

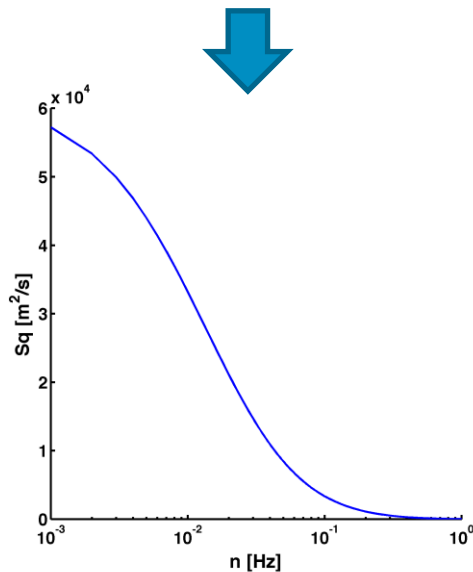
lastspektrumet, som også er kalt bakgrunns-del, og det andre er fra den mekaniske overføringsfunksjon, resonans-del. Figurene under er kun konstruert for å illustrere sammenhengen mellom disse spektrene.



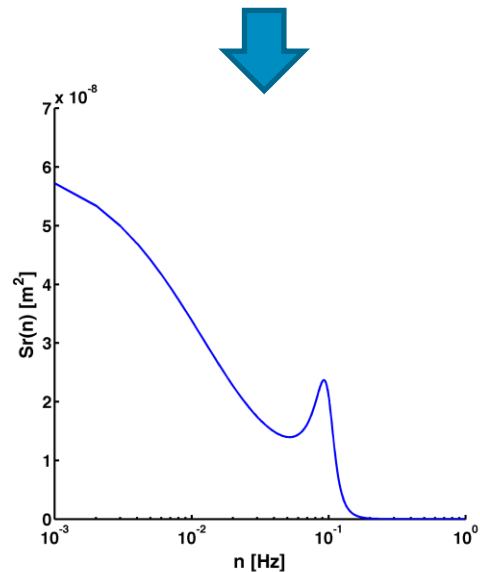
Figur 1-12: Vindspektrum



Figur 1-13: Mekanisk overføringsfunksjon



Figur 1-14: Lastspektrum



Figur 1-15: Responsspektrum

1.5.2 Horisontalt vindspektrum

Det kan genereres et en-sidet variansspektrum, $S_V(z, n)$, ved hjelp av et dimensjonsløst spektrum, $S_L(z, n)$, gitt i Norsk standard når midlere vindhastighet og turbulensintensiteten er kjent. Spektrumet vil av den grunn gjelde for en gitt høyde. Beregninger i oppgaven er forenklet ved at spektrumet er beregnet for en fastsatt og hensiktsmessig høyde.

Den dimensjonsløse spektrale tetthetsfunksjon, NS-EN 1991-1-4 (Tillegg B) (Standard Norge, 2009, s. 90)

$$S_L(z, n) = \frac{n \cdot S_V(z, n)}{\sigma_V^2} = \frac{6.8 \cdot f_L(z, n)}{(1 + 10.2 \cdot f_L(z, n))^{5/3}}$$

L. 1-5

Det en-sidede variansspektrumet

$$S_V(z, n) = \frac{\sigma_V^2}{n} \cdot S_L(z, n) = \frac{\sigma_V^2}{n} \cdot \frac{6.8 \cdot f_L(z, n)}{(1 + 10.2 \cdot f_L(z, n))^{5/3}}$$

L. 1-6

$$\sigma_V^2 = (I_u \cdot v_m)^2$$

L. 1-7

$$f_L(z, n) = \frac{n \cdot L(z)}{v_m(z)}$$

L. 1-8

Der v_m er middel vindhastighet som er det samme som V i oppgaven.

Turbulenslengdeskalaen $L(z)$ representerer den gjennomsnittlige vindkaststørrelsen og er gitt:

$$L(z) = L_t \cdot \left(\frac{z}{z_t}\right)^\alpha$$

L. 1-9

Der L_t er referanselengdeskala, z_t er referansehøyde og α er gitt som:

$$\alpha = 0.67 + 0.05 \ln(z_0)$$

L. 1-10

Der z_0 er ruhetslengde.

1.5.3 Vertikalt vindspektrum

Vindspektra i vertikal retning er ulik det horisontale og er av Busch and Panofsky gitt til å være (Holmes, 2007, s. 61):

$$S_w(z, n) = \frac{\sigma_w^2}{n} \cdot \frac{2.15 \cdot \frac{n \cdot z}{V}}{\left[1 + 11.16 \cdot \left(\frac{n \cdot z}{V}\right)^{5/3}\right]}$$

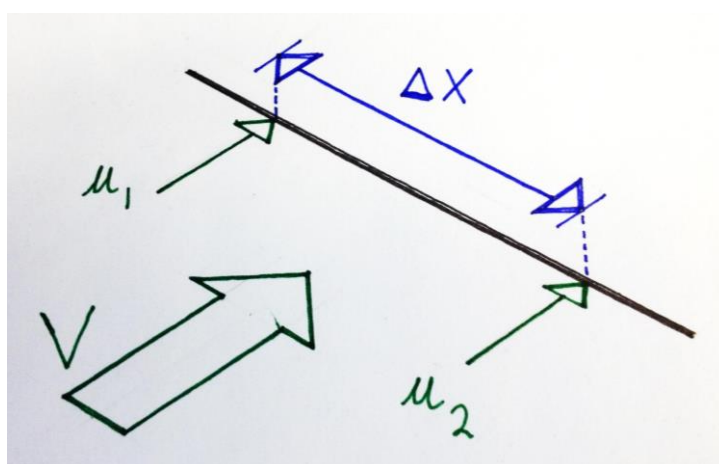
L. 1-11

$$\sigma_w^2 = (I_w \cdot v_m)^2$$

L. 1-12

1.5.4 Kryssvindspektrum

Turbulensen til vinden varierer både med tid og sted. Dette er viktig å ta hensyn til når de totale kreftene på konstruksjonen skal beregnes. Større separasjon mellom turbulensen i to variable punkt gir mindre samsvarende fluktuerende vindhastigheter som igjen vil gi lavere totale krefter. For store konstruksjoner er separasjonen vesentlig større for flere av de punktvisse kombinasjonene av u_1 og u_2 enn for små konstruksjoner. Det er en gunstig effekt som vil gi lavere totale krefter enn ved bruk av kun en tidsvarierende turbulens.



Figur 1-16: Turbulens komponentene u_1 og u_2 med stedvis separasjon Δx

At vindkastene har ulik utbredelse vil også påvirke hvor god korrelasjonen mellom hastighetene i to punkter på konstruksjonen er. Det vil for langsomme vindkast (lav frekvens) være god korrelasjon, mens for korte vindkast (høy frekvens) vil den være betydelig redusert. Det er av den grunn hensiktsmessig å etablere et kryssspektrum som viser hvor sterk er kastenes samvariasjon på de ulike frekvensene.

Kryssvindspetra er en kompleks funksjon som består av en reel og en imaginære del henholdsvis kalt Co- og Quad-spektra.

$$S_{u_1 u_2} = \sqrt{[Re(S_{u_1 u_2})]^2 + [Im(S_{u_1 u_2})]^2} = \sqrt{[Co_{u_1 u_2}]^2 + [Quad_{u_1 u_2}]^2}$$

L. 1-13

Normalisert kryssspektrum kalles ofte rot-koherens. Den imaginære delen beskriver vindkomponentenes opptreden 90 grader ute av fase. Den reelle delen beskriver den samtidige økningen og minkingen av hastighetskomponenter i to punkt, og er derfor relevant for å beregne den totale lasten som opptrer langs broen. Det normaliserte co-spektrum er da gitt som:

$$\frac{Co_{u1u2}}{\sqrt{S_{u1} \cdot S_{u2}}} = \frac{Co_{u1u2}}{S_u}$$

L. 1-14

Det normaliserte co-spektret knyttet til hovedstrømsretning for vertikale separasjoner kan beskrives av en eksponentialfunksjon (Holmes, 2007, s. 63): som forenklet kan antas å være lik det for vertikale separasjoner:

$$\frac{Co_{u1u2}}{S_u} = e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta z \cdot n}{V}\right)}$$

L. 1-15

Der Δz er den vertikale separasjonen mellom to punkt på brobjelken, C er en konstant som er brukt for å tilpasse funksjonen til de reelle forholdene, n er frekvensen og V er midlere vindhastighet.

For horisontale separasjoner kan en tilsvarende funksjon beskrive det normaliserte co-spektra (Holmes, 2007, s. 63):

$$\frac{Co_{u1u2}}{S_u} = e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta x \cdot n}{V}\right)}$$

L. 1-16

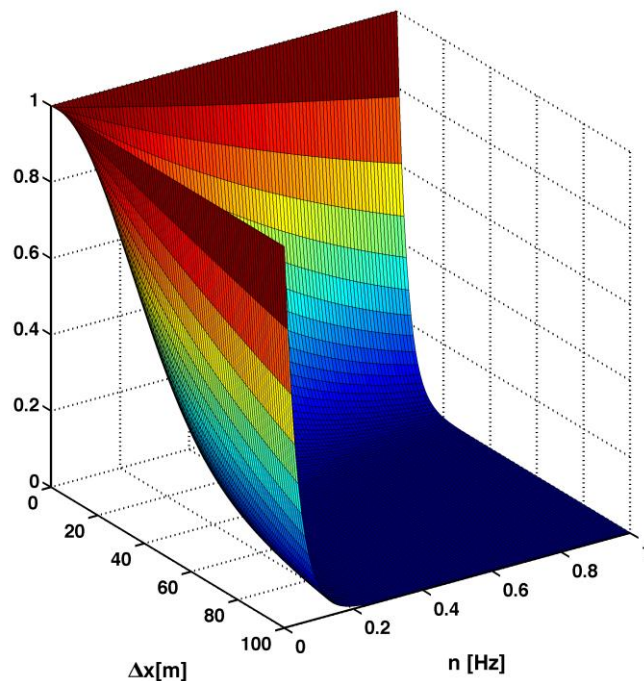
Der Δx er den horisontale separasjonen.

Dette gir videre følgende sammenheng:

$$S_{u1u2} = Co_{u1u2} = S_u \cdot e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta x \cdot n}{V}\right)}$$

L. 1-17

Andre, mer sammensatte ko-koherens funksjoner er også i bruk, men den enkle formen i ligning L.1.-17 er vurdert som godt egnet for denne oppgaven.



Figur 1-17: Normalisert co-spektrum. $V=40\text{m/s}$ og $C=10$

1.5.5 Vertikalt kryssvindspektrum

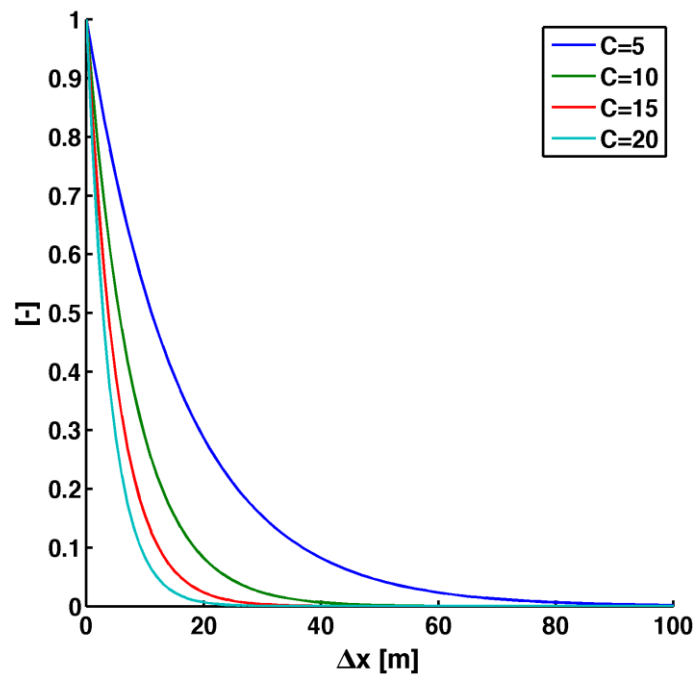
Det kan tenkes at kryssvindspektret i vertikalretning har noe ulik karakter enn det for horisontalretning. I oppgaven er det valgt å se bort fra den eventuelle ulikheten og det er videre brukt samme formel for det vertikale kryssvindspektret.

$$S_{w_1w_2}(n) = S_w \cdot e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta z \cdot n}{V}\right)}$$

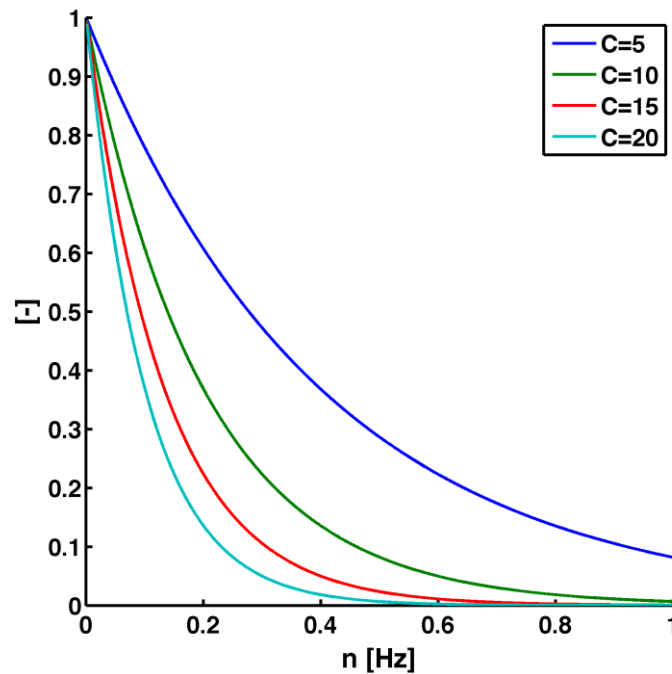
L. 1-18

1.5.6 C-konstanten

Konstanten C i eksponentialfunksjonen knyttet til kryssvindspektraene nevnt over er en empirisk konstant som blir brukt for å tilpasse funksjonen til målte data. Det normaliserte co-spektrum avtar raskere for høyere frekvenser og større stedlige separasjoner, Δx , når C øker. (Holmes, 2007, s. 63) nevner at C har en typisk verdi mellom 10-20. Flytebroen er forholdsvis lang sammenlignet med andre konstruksjoner og det kan stilles spørsmål ved om verdier på 10-20 er for store. Grunnen ligger i at den lange konstruksjonen gir store verdier for Δx som igjen vil redusere koherensen betydelig. I samråd med veilederen ved UiS ble det besluttet å se på effekten av C -verdiene også for lavere enn 10, da disse også anses som aktuelle. For å se effekten av ulike og lavere verdier for C vil det i oppgaven bli beregnet for et sett med ulike verdier av C . Grunnen til det er at det er vanskelig å konkludere ut fra kun eksponentialfunksjonen hvor stor effekt det vil generere videre.



Figur 1-18: Normalisert co-spektrum for fast frekvens $n=0.5\text{Hz}$ for ulike verdier av C



Figur 1-19: Normalisert co-spektrum for fastsatt seperasjonsavstand, $\Delta x = 20\text{m}$

Figur 1-18 og Figur 1-19 over illustrerer at lavere verdier av C gir høyere verdier i eksponentialfunksjonen til det normaliserte co-spektrumet både for variabel frekvens og variabel seperasjonsavstand. Som ventet vil beregninger med lavere verdi av C gi større

forskyvninger i de videre beregningene. Størrelsesforskjellen i totale forskyvninger på grunn av de forskjellige verdiene for C er vanskelige å anslå på dette stadiet. At variasjonen er størst for lave frekvenser tyder på at det vil kunne gi merkbare utslag i forskyvningene da det er for de lave frekvensene energien i vinden er størst. De samme figurene viser også at det gir større forskjell å gå fra 10 til 5 enn 20 til 15 og 15 til 10. Det kan av den grunn være nyttig å se nærmere på flere og tettere-liggende C-verdier når en går under 10.

Det vil mest sannsynlig også være ulike verdier av C for de ulike vindretningene, men det er i oppgaven antatt som en forenkling at de er like for u- og w-retningene.

1.6 Bevegelsesinduserte instabiliteter

Aerodynamiske instabiliteter vil under gitte kriterier være kritiske for konstruksjonens integritet. Stivheten til brubjelken, vindhastigheten og brubjelkens aerodynamiske utforming er de viktigste parameterne. Lav stivhet er ofte tilfellet for henge- og skråstagsbruer og historien viser oss flere eksempler på at det kan ha fatale konsekvenser. For slanke bruer med lang spennvidde er det både lukkede kassetverrsnitt og fagverk i bruk for å gi konstruksjonen tilstrekkelig stivhet. En oppdeling av kasse tverrsnitt i flere deler (for eksempel to parallelle brokasser) er også praktisert, for å sikre tilstrekkelig trossjonsstivhet og samtidig begrense egenvekt og den aerodynamiske lasten.

Brobjelken til flytebroen er utformet med et kassetverrsnitt der bredden er lik over hele broen men høyden er mindre over høybroen der også spennet er lengst. Høybroen er også utsatt for høyere vindhastigheter enn resten av broen. Disse faktorene peker ut hovedspennet til høybroen som den mest aktuelle plassen hvor aerodynamiske instabiliteter kan inntreffe.

De aerodynamiske instabilitetene kan deles inn i ulike kategorier. Strømmen (2010) beskriver de ulike kategoriene og de er presentert under sammen med formler fra SVV sin Håndbok V499. Formlene gir kritiske vindhastigheter som videre kontrolleres på følgende måte:

$$\frac{V_{kr}}{\gamma_{V_{kr}}} \geq v_m$$

L. 1-19

For broer i vindlastklasse III, som er broer med utpreget dynamisk respons fra vind skal stedsvindhastigheten, v_m , beregnes for en returperiode på 500år med en sikkerhetsfaktor, $\gamma_{V_{kr}}$, på 1,6. Det er i tillegg krav til broer i vindlastklasse III å utføre modelltesting i vindtunnel.

1.6.1 Statisk divergens

Statisk divergens er en torsjonsinstabilitet som oppstår ved den laveste egenfrekvensen for torsjon. Med økende vridning følger det er økende vridningsmoment, som igjen gir en større vridning osv.. Dette svarer til en negativ aerodynamisk stivhet, som effektivt reduserer konstruksjonens stivhet. Når den kritiske vindhastigheten inntreffer vil brubjelken vris «uendelig» siden torsjonsstivheten ikke er tilstrekkelig under disse forholdene. Statisk divergens kan reduseres ved å øke torsjonsstivheten og redusere de aerodynamiske koeffisientene til brubjelken. Kritiske vindhastighet gitt ved:

$$V_{kr} = 2\pi b n_{\theta} \sqrt{\frac{2m_{\theta}}{\rho b^4 c'_M(\bar{r}_{\theta})}}$$

L. 1-20

1.6.2 Galloping

Galloping er en dynamisk instabilitet av brubjelken på tvers av vindens retning. Når brubjelken beveger seg vertikalt vil innfallsvinkelen variere og det vil gi sykliske variasjoner i den aerodynamiske løft-komponenten. Ved en ugunstig aerodynamisk utforming av brubjelken vil det kunne oppstå en negativ dempende effekt. For å unngå dette er det viktig å teste de aerodynamiske egenskapene til brubjelken for ulike innfallsvinkler slik at negativ damping kan oppdages. Galloping inntreffer i følge Håndbok V499 (Statens vegvesen, 2014) når $c'_L(\bar{r}_{\theta})$ er negativ og da er den tilhørende kritiske vindhastigheten gitt ved:

$$V_{kr} = \frac{8\pi n_z m_z \xi_z}{\rho b} \cdot \frac{1}{- \left[c'_L(\bar{r}_{\theta}) + \frac{h}{b} c_D(\bar{r}_{\theta}) \right]}$$

L. 1-21

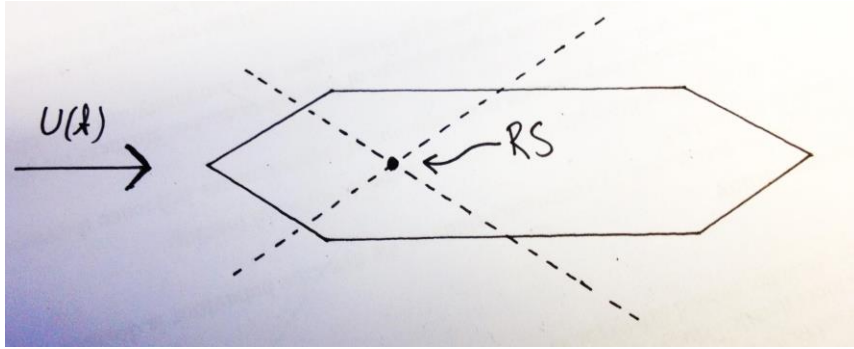
Flytebroen har en positiv verdi for $c'_L(\bar{r}_{\theta})$ både for hovedspennet til høybroen og spennene mellom pontongene. Galloping kan da ses bort fra.

1.6.3 Torsjonsflutter

Torsjonsflutter er en ren torsjonsinstabilitet hvor brubjelken syklisk roterer frem og tilbake om sin egen lengdeakse og rotasjonen har en tendens til å vokse ubegrenset. Instabiliteten kan kontrolleres ved å unngå ugunstige kombinasjoner av rotasjonsstivhet og rotasjonsmasse og først og fremst endre det ugunstige tverrsnittet (for eks. Som for Tacoma bro) som gir destabiliserende aerodynamisk vridningsmoment

1.6.4 Klassisk flutter

Flutter er en ustabil dynamisk respons som består i kombinert vridning og translasjon på tvers av vinden. Løftkraft pga vridning er blant annet en viktig last komponent for denne koblede ustabile bevegelsen. For vanlige strømlinjeformede brokasser vil en slik ustabil respons typisk utvikle seg som rotasjon om et punkt ca. en fjerdedels bredde oppstrøms fra rotasjonssenter, RS.



Figur 1-20: Rotasjonssenter ved klassisk flutter

En forenklet beregning av den kritiske vindhastigheten er gitt ved Selbergs formel:

$$V_{kr} = 3.7bn_{\theta} \sqrt{\frac{\sqrt{m_z m_{\theta}}}{\rho b^3} \left[1 - \left(\frac{n_z}{n_{\theta}} \right)^2 \right]}$$

L. 1-22

For Selbergs forenklete formel skal $\gamma_{V_{kr}}$ settes lik 2 ved kontroll mot stedsvindhastigheten.

1.6.5 Aktualitet for oppgaven

For broen som oppgaven omhandler vil det mest interessante området være høybroen hvor brobjelken er slankest, spennet er lengst og hvor stedsvinden er størst. Ansatte i SVV vurderer det slikt at disse instabilitetene ikke vil være styrende for design og oppgaven har av den grunn ikke fokusert på disse fenomenene.

1.7 Dataprogrammer

1.7.1 MatLab

MatLab er et avansert matematisk dataverktøy utgitt av MathWorks som bygger på programmeringsspråket C (MathWorks, 2015). Det brukes blant annet til numerisk beregning og visualisering i ingeniørmiljøer både i industrien og ved universitetene. MatLab fungerer som et programmeringsspråk der oppbyggelse av et program som kan kjøres for ulike inndata står sentralt. For oppgaven sin del har det vært gunstig at MatLab håndterer algoritmer, matrisemanipulering, innhenting av data fra eksterne filer og plotting av resultater.

1.7.2 RM Bridge

RM Bridge er utgitt av Bentley Systems og er et konstruksjons- og analyseprogram spesialdesignet for broer (Bentley Systems, 2015). Programmet har sin styrke i at hele prosjekteringen kan gjøres i et og samme program fra modelleringsfasen og helt til ferdigstilling. RM Bridge baserer seg på elementmetoden og kan gjøre analyser i både tids- og frekvensplanet. Programmet håndterer også ikke-lineære oppførsel gjennom tids-steg analyse. Erfaring som SVV har gjort seg peker på at RM Bridge fungerer bra til å analysere

vind i frekvensplan, mens det derimot for tidsplan har vist seg vanskeligere å få pålitelige resultater.

1.8 Buffeting theory

Buffeting teorien benyttes til å beregne vindlastene pga turbulens. Teorien tar hensyn til fluktuerende vindhastighet og bevegelses induuerte samvirkninger i tillegg til den midlere vindhastigheten i beregningene. Den ble først utviklet av A.G. Davenport på 1960-tallet gjeldende for linjeformede konstruksjoner.

Buffeting teorien har ulike gyldighetsområder. Teorien egner seg både for horisontale og vertikale konstruksjoner. Den er hovedsakelig gjeldende for små konstruksjonsdeformasjoner og små tverrsnitts rotasjoner. Det er vanligvis også krevd for linearisering av last komponenter at de fluktuerende vindhastighetene med vindretning (u) og i vertikalretning (w) er små i forhold til midlere vindhastighet (V). Teorien tar hensyn til at svingningen til broen vil påvirke den relative vindhastigheten og den tilhørende innfallsvinkelen. Dette vil være med å bestemme størrelsene til de ulike aerodynamiske kraftkomponentene som broen til en hver tid blir påkjent. Dette er med på å beskrive responsen til konstruksjonen i et mer detaljert omfang.

2 Modal analyse

Ved hjelp av modal analyse kan responsen til et komplekst system beregnes, gitt at systemet kan modelleres som lineært, dvs. at superposisjonsprinsippet gjelder. Dette gjøres ved å omforme det komplekse systemet til en-frihetsgrads system med modale masser og stivheter for hver enkel svingeform med tilhørende frekvens. Beregningen av responsen vil være en sum av responsene til de mest aktuelle svingeformene som har vist seg dominerende i et FEM-program.

2.1 Definerings av akser og retninger

Både det globale og lokale aksesystemet i modalanalysen er definert slik:

X-aksen går i samme retning som broen.

Y-aksen går på tvers av brobjelken i horisontalplanet.

Z-aksen går vertikalt

For det globale systemet er origo satt til havnivå, sentrert under den ene enden av broen.

2.2 Representasjon av vinden

Den fluktuerende vinden kan beskrives med følgende tre formler (Strømmen, 2010, s. 91):

$$U(x_f, y_f, z_f, t) = V(x_f, y_f, z_f) + u(x_f, y_f, z_f, t)$$

L. 2-1

$$v(x_f, z_f, t)$$

L. 2-2

$$w(x_f, z_f, t)$$

L. 2-3

U , V og u er i hovedstrømningsretning og i analysen er det på tvers av broen (y-retning). v er da langs brobjelken (x-retning) mens w er vertikalt (z-retning).

Konstruksjonens posisjon kan også beskrives med en midlere og en fluktuerende del. Den midlere forskyvningen er gitt ved komponentene $\bar{r}_y(x)$, $\bar{r}_z(x)$ og $\bar{r}_\theta(x)$ og det er i denne posisjonen konstruksjonen vil svinge om. De fluktuerende forskyvningene $r_y(x, t)$, $r_z(x, t)$ og $r_\theta(x, t)$ vil bli beregnet ut fra vinden i den midlere posisjonen. Vindhastigheten i denne posisjonen er gitt som $V + u(x, t)$ i horisontal retning og $w(x, t)$ i vertikal retning.

C_D , C_L og C_M er formfaktorer henholdsvis for dragkraft, løftekraft og moment. Dragkraften virker i den relative vindretningen mens løftekraften virker på tvers av den relative vindretningen. Momentet om brobjelkeaksen. Disse formfaktorene kan bestemmes fra litteratur og CFD simuleringer, men det er fortsatt modellforsøk i vindtunnel som er den mest anerkjente og brukte metoden. I formlene over er B bredden, D dybden og l lengden til brubjelken. Koeffisientene varierer med innfallsvinkel og blir ofte gitt i en tabell for variabel innfallsvinkel. Innfallsvinkelen α til den relative vindhastigheten V_{rel} bestemmes av vinden sin retning og hastighet i tillegg til konstruksjonens respons.

I og med at innfallsvinkelen stadig forandres er det hensiktsmessig å transformere kreftene til det globale koordinatsystemet.

$$\begin{bmatrix} q_y(x, t) \\ q_z(x, t) \\ q_\theta(x, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_D \\ q_L \\ q_M \end{bmatrix}$$

L. 2-7

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{w - \dot{r}_z}{V + u - \dot{r}_y} \right)$$

L. 2-8

V er stor sett i forhold til de andre komponentene i formelen for β . For små vinkler er det mulig å forenkle cosinus og sinusleddene i formelen over på følgende måte:

$$\cos \beta \approx 1$$

L. 2-9

$$\sin \beta \approx \tan \beta \approx \beta \approx \left(\frac{w - \dot{r}_z}{V + u - \dot{r}_y} \right) \approx \left(\frac{w - \dot{r}_z}{V} \right)$$

L. 2-10

Videre får vi:

$$V_{rel}^2 = (V + u - \dot{r}_y)^2 + (w - \dot{r}_z)^2 \approx V^2 + 2Vu - 2V\dot{r}_y$$

L. 2-11

$$\alpha = \bar{r}_\theta + r_\theta + \beta \approx \bar{r}_\theta + r_\theta + \frac{w}{V} - \frac{\dot{r}_z}{V}$$

L. 2-12

Formfaktorene varierer som nevnt med innfallsvinkelen og denne variasjonen med vinkelen er i praksis ikke lineær. Som en forenkling er det vanlig å anta at variasjonen er tilnærmet lineær for mindre intervaller av innfallsvinkelen og da kan formfaktorene representeres slik:

$$\begin{bmatrix} C_D(\alpha) \\ C_L(\alpha) \\ C_M(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_D + C'_D \cdot \alpha_f \\ C_L + C'_L \cdot \alpha_f \\ C_M + C'_M \cdot \alpha_f \end{bmatrix}$$

L. 2-13

$C_D = C_D(\bar{\alpha})$ og $C'_D = C'_D(\bar{\alpha})$ og likt for C_L og C_M .

$$\bar{\alpha} = \bar{r}_\theta$$

L. 2-14

$$\alpha_f = r_\theta + \frac{w}{V} - \frac{\dot{r}_z}{V}$$

L. 2-15

Kreftene fra kun vind turbulens kan ved hjelp av lineariserte formfaktorer nå skrives:

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_z \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho V \bar{C}_D D u + \frac{1}{2} \rho V (C'_D D + \bar{C}_L B) D w \\ \rho V \bar{C}_L B u + \frac{1}{2} \rho V (C'_L B + \bar{C}_D D) B w \\ \rho V \bar{C}_M B^2 u + \frac{1}{2} \rho V C'_M B^2 w \end{bmatrix}$$

L. 2-16

Kreften fra midlere vindhastighet vil bli brukt til å gi gjennomsnittlige respons og skrives:

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_z \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \rho V^2 \bar{C}_D D \\ \frac{1}{2} \rho V^2 \bar{C}_L B \\ \frac{1}{2} \rho V^2 \bar{C}_M B^2 \end{bmatrix}$$

L. 2-17

Det er i oppgaven ikke sett nærmere på respons fra midlere vindhastighet.

2.4 Dynamisk likevekt

Kreftene formulert i forrige avsnitt kan videre settes inn i den dynamiske likevekts formel som gis på følgende former:

$$M \cdot \ddot{r} + C \cdot \dot{r} + K \cdot r = Q$$

L. 2-18

Ved en Fourier transformasjon kan den skrives:

$$[-\omega^2 M + i\omega C + K]r(n) = H^{-1}(n) \cdot r(n) = Q(n)$$

L. 2-19

$$|H^{-1}(n)|^2 \cdot S_r(n) = S_Q(n)$$

L. 2-20

Enkelte av leddene i vindlasten kan trekkes over til venstre side der systemets posisjon, hastighet og akselerasjon allerede er representert. Det gjelder blant annet den aerodynamiske dempningen i y- og z-retningen.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_y \ddot{r}_y + [C_y + \rho \bar{C}_D D l V] \dot{r}_y + K_y r_y + \frac{1}{2} \rho C'_{D2} D l V \dot{r}_z - \frac{1}{2} \rho C'_D D l V^2 r_\theta \\ M_z \ddot{r}_z + \left[C_z + \frac{1}{2} \rho (C'_L B + \bar{C}_D D) l V \right] \dot{r}_z + K_z r_z + \rho \bar{C}_L B l V \dot{r}_y - \frac{1}{2} \rho C'_L B l V^2 r_\theta \\ M_\theta \ddot{r}_\theta + C_\theta \dot{r}_\theta + \left[K_\theta - \frac{1}{2} \rho C'_M B^2 l V^2 \right] r_\theta + \rho \bar{C}_M B^2 l V \dot{r}_y - \frac{1}{2} \rho C'_M B^2 l V r_z \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \rho \bar{C}_D D V \int_0^l u \, dl + \frac{1}{2} \rho (C'_D D - \bar{C}_L B) V \int_0^l w \, dl \\ \rho \bar{C}_L B V \int_0^l u \, dl + \frac{1}{2} \rho (C'_L B + \bar{C}_D D) V \int_0^l w \, dl \\ \rho \bar{C}_M B^2 V \int_0^l u \, dl + \frac{1}{2} \rho C'_M B^2 V \int_0^l w \, dl \end{bmatrix} \end{aligned}$$

L. 2-21

2.5 Lastspektrum

Høyre siden av den dynamiske likevekts formel kan omformes til et lastspektrum ved at krysspektraene for turbulensen i u og w-retningen blir implementert. Krysspektraene S_{wu} og S_{wu} er sannsynligvis små (Hjorth-Hansen, 1993, s. 29) og er av den grunn ikke tatt med.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} S_{Q,y}(n) \\ S_{Q,z}(n) \\ S_{Q,\theta}(n) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \iint_0^l (\rho \bar{C}_D D V)^2 \phi(x_1) \phi(x_2) S_{u_1 u_2}(\Delta x, n) dl_1 dl_2 + \iint_0^l \left(\frac{1}{2} \rho (C'_D D - \bar{C}_L B) V \right)^2 \phi(x_1) \phi(x_2) S_{w_1 w_2}(\Delta x, n) dl_1 dl_2 \\ \iint_0^l (\rho \bar{C}_L B V)^2 \phi(x_1) \phi(x_2) S_{u_1 u_2}(\Delta x, n) dl_1 dl_2 + \iint_0^l \left(\frac{1}{2} \rho (C'_L B + \bar{C}_D D) V \right)^2 \phi(x_1) \phi(x_2) S_{w_1 w_2}(\Delta x, n) dl_1 dl_2 \\ \iint_0^l (\rho \bar{C}_M B^2 V)^2 \phi(x_1) \phi(x_2) S_{u_1 u_2}(\Delta x, n) dl_1 dl_2 + \iint_0^l \left(\frac{1}{2} \rho C'_M B^2 V \right)^2 \phi(x_1) \phi(x_2) S_{w_1 w_2}(\Delta x, n) dl_1 dl_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

L. 2-22

Ved å omskrive $S_{u_1u_2}$ og $S_{w_1w_2}$ som presentert i avsnittet kryssvindspektra og ved å omorganisere formelen over kan modallast-spektraene skrives:

$$\begin{bmatrix} S_{Q,y}(n) \\ S_{Q,z}(n) \\ S_{Q,\theta}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_u(\rho \bar{C}_D D V)^2 \iint_0^l \phi(x_1)\phi(x_2) e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta x \cdot n}{\bar{U}}\right)} dl_1 dl_2 + S_w \left(\frac{1}{2} \rho (C'_D D - \bar{C}_L B) V \right)^2 \iint_0^l \phi(x_1)\phi(x_2) e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta x \cdot n}{\bar{U}}\right)} dl_1 dl_2 \\ S_u(\rho \bar{C}_L B V)^2 \iint_0^l \phi(x_1)\phi(x_2) e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta x \cdot n}{\bar{U}}\right)} dl_1 dl_2 + S_w \left(\frac{1}{2} \rho (C'_L B + \bar{C}_D D) V \right)^2 \iint_0^l \phi(x_1)\phi(x_2) e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta x \cdot n}{\bar{U}}\right)} dl_1 dl_2 \\ S_u(\rho \bar{C}_M B^2 V)^2 \iint_0^l \phi(x_1)\phi(x_2) e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta x \cdot n}{\bar{U}}\right)} dl_1 dl_2 + S_w \left(\frac{1}{2} \rho C'_M B^2 V \right)^2 \iint_0^l \phi(x_1)\phi(x_2) e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta x \cdot n}{\bar{U}}\right)} dl_1 dl_2 \end{bmatrix}$$

L. 2-23

De faktiske lastspektrene som er brukt i analysen avviker i noen grad fra de som er presentert over. Grunnen er at lastspektrene over er definert for kun en brobjelke, mens lastspektrene i analysen inkluderer tårn, kabler og søyler. I tillegg er rotasjonsaksen i analysen ikke definert i senter av den langsgående brobjelkeaksen, men for en valgt z-verdi i samme retning som broen.

2.6 Respons

Det modale responsspektrum kan beregnes ved følgende formel (Holmes, 2007, s. 115):

$$S_{a_j}(n) = \frac{1}{K_j^2} |H_j(n)|^2 |\chi_j(n)|^2 S_{Q_j}(n)$$

L. 2-24

Der

$$K_j = \omega_j^2 \cdot M_j$$

L. 2-25

$$M_j = \int_0^L m(a) \cdot \phi_j^2(a) da$$

L. 2-26

$$|H_j(n)|^2 = \frac{1}{[1 - r_j^2]^2 + (2\eta_j r_j)^2}$$

L. 2-27

$|\chi_j(n)|^2$ er definert nærmere i Kap. 2.12

Modal varians er arealet under det modale responsspektrum og er definert slik (Holmes, 2007, s. 115):

$$\sigma_{a_j}^2 = \int_0^{n_{max}} S_{a_j}(n) dn$$

L. 2-28

Standardavvik av respons

$$\sigma_r(a) = \sqrt{\sigma_{a_j}^2 \cdot \phi_j^2(a) + \sigma_{a_k}^2 \cdot \phi_k^2(a) + \dots + \sigma_{a_m}^2 \cdot \phi_m^2(a)}$$

L. 2-29

2.7 Total respons

Responsen fra vindpåkjenningen beregnes fra de to separerte bidragene gjennomsnittlig respons og fluktuerende respons på følgende måte:

$$r_{max} = \bar{r} + k_P \cdot \sigma_r$$

L. 2-30

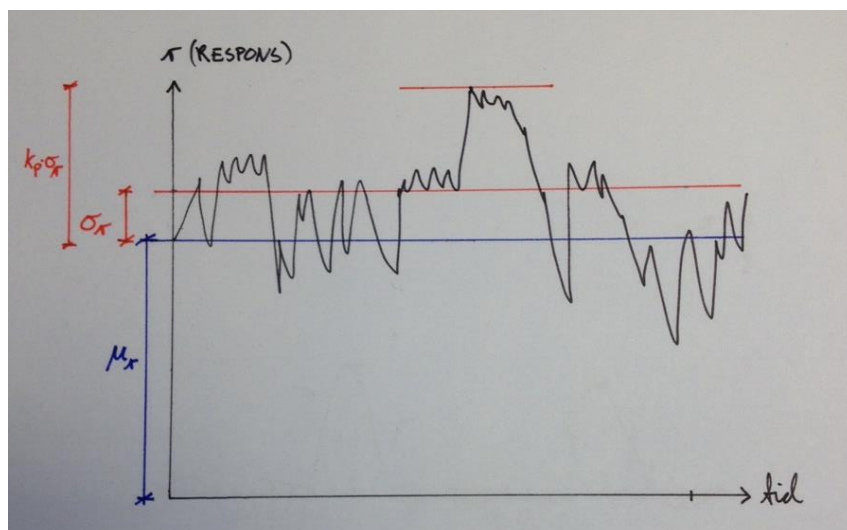
Der:

\bar{r} : Gjennomsnittsverdien til konstruksjonens respons fra statisk vind

σ_r : Standardavviket til konstruksjonens respons fra fluktuerende vind

k_P : Toppfaktor for den fluktuerende konstruksjonsresponsen

Beregningen av den maksimale responsen illustreres av figuren under:



Figur 2-2: Illustrasjon av midlere og maksimal respons

2.7.1 Maksimal dynamisk respons

Den maksimale dynamiske responsen er beregnet i denne oppgaven og er kun det ene leddet i total respons formel L. 2-30:

$$k_p \cdot \sigma_r$$

L. 2-31

2.8 Formfaktorer

Vindlastene i modellen er forenklet og den inkluderer kun vindlaster på brobjelken, tårnene, søylene og skråstag-kablene.

2.8.1 Brobjelken

For det aktuelle brokassetverrsnittet er de aerodynamiske formfaktorene bestemt for midlere innfallsvinkel om den langsgående brobjelkeaksen som er gitt til å være $\bar{\alpha} = 3^\circ$ (COWI, 2015). C'_D er ikke gitt i dokumentet og det er da valgt å bruke $C'_D = 2.2$ som er gjennomsnittlig verdi for stigningstallet for intervallene -3° til 3° og 0° til 3° . Drag faktorene er relatert til høyden av brokassen mens løft- og momentfaktorene er til bredden.

$$\bar{C}_D = 0.8$$

$$C'_D = 2.2$$

$$\bar{C}_L = 0.44$$

$$C'_L = 4.91$$

$$\bar{C}_M = 0.085$$

$$C'_M = 0.59$$

2.8.2 Tårn

Formfaktorene i drag til hvert enkelt tårnben er gitt for nedre og øvre del med henholdsvis verdiene 2 og 1.7 (COWI, 2015). I oppgaven er det derimot valgt å bruke en og samme verdi for hele tårnhøyden. Den samlede verdien er valgt til å være lik verdien for den øvre delen. For å kompensere for eventuell underestimert av lastkoeffisienten er det valgt å se bort fra skyggeeffekter mellom tårn-benene. Drag formfaktorene er relatert til bredden av tårnbenene som er eksponert mot hoved-vindretningen i beregningene.

$$C_{D,t} = 1.7$$

2.8.3 Kabler (skråstag)

Kablene er kun gitt lastkoeffisient for drag. Det er valgt å se bort fra skyggeeffekter mellom kablene som er montert på hver side av brobjelken. Verdien som er valgt er en konservativ verdi i og med at den er gitt for et sirkulært tverrsnitt med laminær strømning ved $Re > 10^4$ fra lærebok (Cengel, Cimbala, & Turner, 2012, s. 599). Også sett i forhold til NS-EN 1991-1-4 (Standard Norge, 2009, s. 63) er dette en konservativ verdi.

$$C_{D,k} = 1.2$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{40 \cdot 0.16}{1.52 \cdot 10^{-5}} = 421 \cdot 10^3 > 10^4$$

Re , Reynolds-tall, er beregnet for en vindhastighet $V = 40 \text{ m/s}$, kabeldiameter $D = 0.16 \text{ m}$ og kinematisk viskositet $\nu = 1.52 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

2.8.4 Søyler

$$C_{D,s} = 1.2$$

$$h_s = \text{varierer fra } 11.3 \text{ til } 50.3 \text{ [m]}$$

Momentarm er satt til avstanden fra rotasjonsakse til 2/3 av høyden til søylene.

2.9 Masse

Den modale massen er gitt av formelen:

$$M_j = \int_0^L m(a) \cdot \phi_j^2(a) dl_a$$

L. 2-32

$m(a)$ er i matlab-beregningene en matrise med masseelementene til broen der $a = x$. Broen er delt opp i element på 5m og massen til hvert element er satt til fordelt masse multiplisert med elementlengde. I tillegg er det lagt til ekstra masse på elementene som er forbundet med pontongene, søylene og tårnene.

Det kan være nyttig å beskrive massen langs brobjelken med en vekting opp mot svingeformen. Dette gjøres ved ekvivalent masse:

$$m_{eq,j} = \frac{M_j}{\int_0^L \phi_j^2(a) dl_a}$$

L. 2-33

2.9.1 Translasjonsmasse

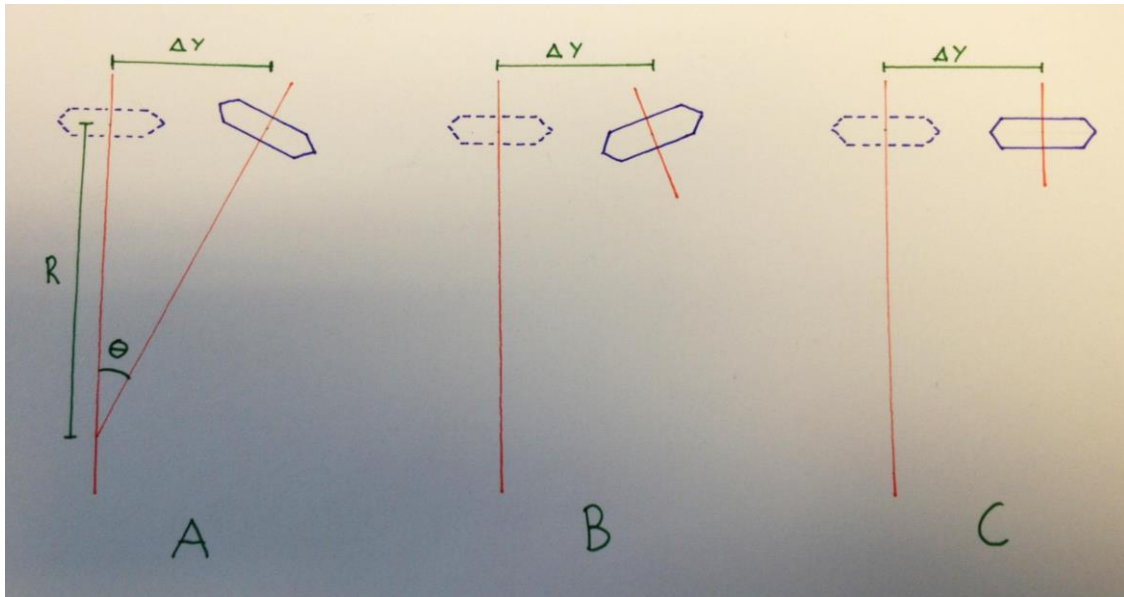
Brobjelke	27.5 (tonn/m)
Tårn inkl pontong, ballast og kabler	90000 (tonn/stk)
Pontonger (sidespenn) inkl ballast	7000 (tonn/stk)
Pontonger (sidespenn nær høybro) inkl ballast	10000 (tonn/stk)
Søyler	3.5 (tonn/m)

Tabell 2-1: Translasjonsmasser

Massene over er forenklete verdier. Massene til pontongene varierer litt på grunn av litt ulik utforming av pontongene alt etter hvor de er lokalisert. I tillegg er det litt variasjon i ballasten for hver pontong. Tilleggsmasse pga bevegelse i vann er ikke tatt med i beregningene. Det kan argumenteres for at dempningsraten kan kompensere for denne bestemmelsen.

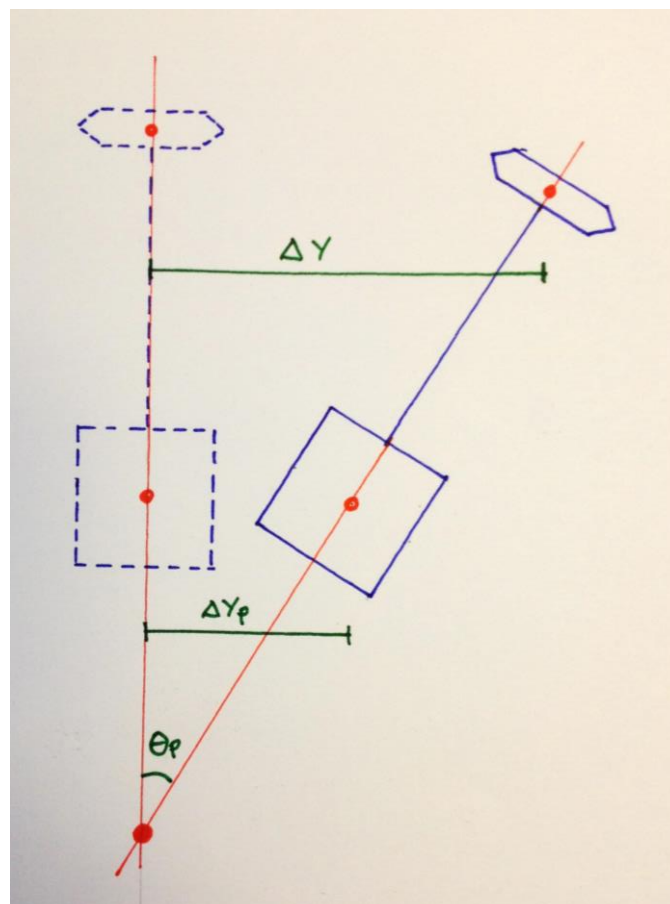
2.9.2 Tregghetsmoment

For beregninger av forskyvninger i koblet torsjon og horisontalretning er det hensiktsmessig å bruke rotasjon som frihetsgrad. Det er da nødvendig å definere tregghetsmomentene til de ulike massene i systemet. Det er utfordrende å definere tregghetsmomenter når rotasjonsaksen ikke er opplagt og i noen tilfeller varierende. Det er da avgjørende for resultatene å definere radier som allikevel kan beskrive modellen godt. Det kan veldig forenklet bestemmes en fastsatt rotasjonsakse for hele konstruksjonen. Alternativt kan det ved trigonometrisk tilnærming til svingeformene defineres rotasjonspunkt for hvert punkt langs konstruksjonen. Se Figur 2-3 for illustrasjon av dette alternativet. Metoden fungerer bra når rotasjonen stemmer overens med forskyvningen som i A. Når rotasjonsradien blir negativ som i B kan det tenkes at rotasjonen skjer om en akse som ligger over broen i stedet for under. Men det vil være mer problematisk når rotasjonen er nær null, da det vil gi en tilnærmet uendelig radius som i C. Det vil videre gi uendelig store tregghetsmoment og momentlaster som er vanskelig å håndtere holde kontroll over i beregningene. Det er allikevel valgt å bruke denne metoden i beregningene i oppgaven.



Figur 2-3: Rotasjonsradius

Et annet alternativ vil være å ta med svingeformene til pontongene i tillegg til de for brokassen for å definere treghetsradien. For punktene mellom pontongene kan en lineær vekting av svingeformene mellom pontongen være en grei tilnærming. Radien kan da defineres ut fra forskjellen i sideveisforskyvningene for brokassen og pontongene. Se Figur 2-4 for illustrasjon.



Figur 2-4: Rotasjonsakse

I_x

Tregghetsmomentene rundt den bestemte rotasjonsaksen er beregnet ved bruk av Steiners sats som er gitt:

$$I_x = I_{x,0} + m \cdot r^2$$

L. 2-34

For å bestemme rotasjonsarmen r må z -verdien til rotasjonsaksen, z_R , og til hvert av elementene, z_E , som skal beregnes være kjent.

$$r = z_E - z_R$$

L. 2-35

I_{x0}

Brobjelke	2730 (tonn · m ² /m)
Tårn øvre	420 · r ₀ ² (tonn · m ²)
Tårn nedre	520 · r ₀ ² (tonn · m ²)
Kabler	Ikke tatt med i beregningene
Pontonger (sidespenn)	7000 · r ₀ ² (tonn · m ²)
Pontonger (sidespenn nær høybro) inkl ballast	10000 · r ₀ ² (tonn · m ²)
Pontonger (tårn)	31500 · r ₀ ² (tonn · m ²)
Ballast (Pontonger til tårn)	56000 · r ₀ ² (tonn · m ²)
Søyler	3.5 · h _s · r ₀ ² (tonn · m ²)

Tabell 2-2: Tregghetsmoment

For å beregne rotasjonstregghetene er det forenklet brukt en tenkt midlere rotasjonsarm r_0 for massen til hvert element. Høyden til elementet i rotasjon om x -aksen dividert på 4 er brukt som rotasjonsarm. Det er kun brobjelken og pontongene som hadde faktiske tregghetsmomentet oppgitt i dokumentet for miljølastanalyse (COWI, 2015).

Forenklinger

Ballast i pontongene er lagt til i massen av pontongene. Massesenteret til pontongen er vektet mellom massesenter av ballasten og pontongen (uten ballast).

Tilleggsmasse fra vann er ikke tatt med.

Brobjelke

Brobjelken har en varierende høyde over havet, z_b langs x -aksen.

$$dM_b = 27.523 \approx 27.5 \text{ [tonn/m]}$$

$$dI_{x,0} = \text{Egenvekt} + \text{Superegenvekt} = 2190 + 542.3 \approx 2730 \text{ [tonn} \cdot \text{m}^2/\text{m]}$$

$$z_b = \text{varierer fra } 11.3 \text{ til } 50.3 \text{ [m]}$$

Søyler

$$dM_s = 3.462 \approx 3.5 \text{ [tonn/m]}$$

$$h_s = \text{varierer fra } 11.3 \text{ til } 50.3 \text{ [m]}$$

$$z_s = \frac{h_s}{2} \text{ [m]}$$

Pontonger og ballast

Pontongene har litt ulik utforming og størrelse langs broen som igjen fører til ulike treghetsmoment for hver pontong om x-aksen. Det er av den grunn delt inn i ulike seksjoner for å fange opp denne ulikheten i programmet. Treghetsmomentet til ballasten i pontongene er enda mer varierende enn pontongen selv. Det er delt inn i ulike seksjoner for ballasten også men det vil likevel gi større avvik fra virkeligheten. Pontongene 13 og 14 som hører til tårnene er beregnet sammen med tårnene i eget punkt.

Pontonger 1-7 og 20-26

$$M = 6551.04 \approx 6600 \text{ [tonn]}$$

$$I_{x,0} \approx 0.93 \cdot 10^6 \text{ [tonn} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

$$z_p = -5.25 \text{ m}$$

Pontonger 8-12 og 15-19

$$M = 6672.67 \approx 6700 \text{ [tonn]}$$

$$I_{x,0} \approx 1.07 \cdot 10^6 \text{ [tonn} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

$$z_p = -5.25 \text{ m}$$

Ballast til pontongene 1-11 og 16-26:

$$M_b \approx 300 \text{ [tonn]}$$

$$I_{x,0} \approx 0.15 \cdot 10^6 \text{ [tonn} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

$$z_p \approx -12.9 \text{ m}$$

Ballast til pontongene 12 og 15:

$$M_b = 3014 \approx 3000 \text{ [tonn]}$$

$$I_{x,0} \approx 2.14 \cdot 10^6 \text{ [tonn} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

$$z_p = -12.1 \text{ m}$$

Tårn inkl. pontong

Pontong:

Massesenter blir vektet mellom massesenter til pontong uten ballast og ballasten sitt massesenter.

$$M_{tp} = 31471.4 \approx 31500[\text{tonn}]$$

$$M_{tpb} = 56025 \approx 56000[\text{tonn}]$$

$$I_{x,tp,0} = (M_{tp} + M_{tpb}) \cdot \left(\frac{b}{4}\right)^2 [\text{tonn} \cdot \text{m}^2]$$

$$z_{tp} = -15.5\text{m}$$

Nedre del av tårn:

$$M_{t1} = 50 \cdot 10.362 \approx 520[\text{tonn}]$$

$$I_{x,t1,0} = M_{t1} \cdot \left(\frac{h}{4}\right)^2 [\text{tonn} \cdot \text{m}^2]$$

$$z_{t1} = 25\text{m}$$

Øvre del av tårn:

$$M_{t2} = (136 - 50) \cdot 4.898 \approx 420[\text{tonn}]$$

$$h = (136 - 50) = 86\text{ m}$$

$$I_{x,t2,0} = M_{t2} \cdot \left(\frac{h}{4}\right)^2 [\text{tonn} \cdot \text{m}^2]$$

$$z_{t2} = 50 + \frac{(h)}{2} = 93 \approx 90\text{m}$$

Totalt

$$I_{x,T} = I_{x,p} + I_{x,t1} + I_{x,t2}$$

2.10 Dempning

Flytebroen vil ha dempning som stammer fra ulike bidrag. Hoved bidragene i denne sammenheng vil være aero- og hydrodynamisk dempning i tillegg til selve konstruksjonsdempningen. I oppgaven er det brukt dempningsforhold, η , som er formulert som forholdet mellom dempningskonstant, c , og kritisk dempningskonstant, c_c . c_c bestemmes av masse, m , og den naturlige egenfrekvensen, ω_j , for aktuell svingeform.

$$\eta = \frac{c}{c_c}$$

L. 2-36

$$c_{c,j} = 2m\omega_j$$

L. 2-37

Konstruksjonsdempning for skråstagbro er 0.2% etter Håndbok V499 (Statens vegvesen, 2014, s. 74) men den er ikke tatt med da den er vesentlig lavere enn den hydrodynamiske dempningen.

Den aerodynamiske dempningen kan trekkes ut fra L. 2-21 og videre å dividere på den kritiske dempningen.

Dempning i z-retning

$$C_{z,aero} = \frac{1}{2}\rho V(C'_L \cdot B + \bar{C}_D \cdot H)$$

L. 2-38

$$\eta_{mod} = \frac{C_{z,aero}}{c_{c,j}} = \frac{\rho V}{4m\omega_j}(C'_L \cdot B + \bar{C}_D \cdot H)$$

L. 2-39

Dempning i y-retning

$$C_{y,aero} = \rho V(\bar{C}_D \cdot H)$$

L. 2-40

$$\eta_{mod} = \frac{C_{y,aero}}{c_{c,j}} = \frac{\rho V}{2m\omega_j}(\bar{C}_D \cdot H)$$

L. 2-41

Den hydrodynamiske dempningen er vil være det største bidraget i dempningen. I oppgaven har det blitt valgt verdier for demningen uten særlige kontroll av om de er realistiske. Det er valgt 5% i dempningsforhold.

2.11 Stivhet

Modal stivhet beregnes ut fra den naturlige frekvensen til svingeformen og den modale massen.

$$K_j = \omega_j^2 \cdot M_j$$

L. 2-42

2.12 Aerodynamisk admitanse

Aerodynamisk admitanse $\chi^2(n)$ er en funksjon som brukes for å ta høyde for at høyfrekvente vindkast ikke omfavner hele brobjelketverrsnittet. Den aerodynamiske admitanse funksjonen kan gis slik (Holmes, 2007, s. 109):

$$\chi^2(n) = \left[\frac{1}{1 + \left[\frac{2n\sqrt{A}}{V} \right]^{\frac{4}{3}}} \right]^2$$

L. 2-43

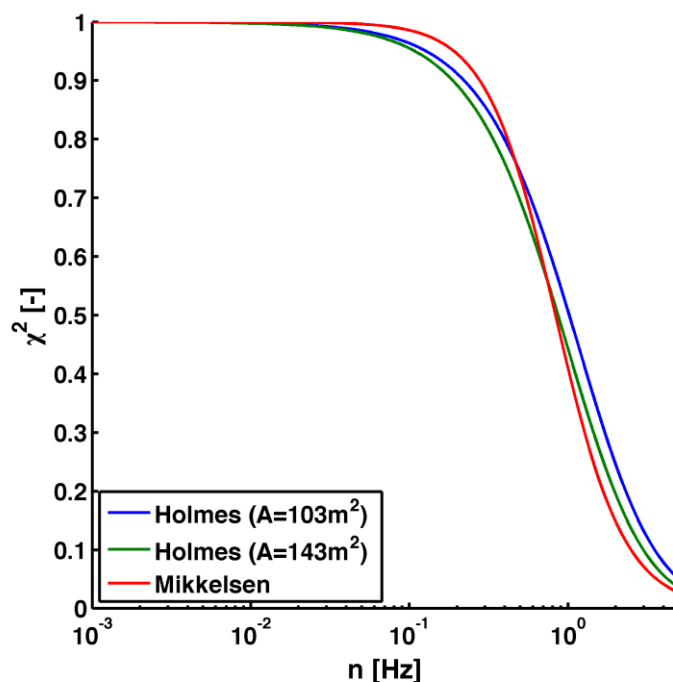
Hvor n er frekvens i Hz, A er arealet av brobjelke tverrsnittet i m^2 og V er midlere vindhastighet i m/s .

Den aerodynamiske admitanse funksjonen kan også gis på andre former. I forbindelse med Hardanger broen er det gjennomført vindtunnel tester av brobjelken og det er foreslått av Svend Ole Hansen for løft og moment følgende formel (Mikkelsen, 2013, s. 142):

$$\chi^2(n) = \frac{1}{1 + 2 \left(\frac{nB}{V} \right)^2}$$

L. 2-44

Hvor n er frekvens i Hz, B er bredden av brobjelke tverrsnittet i m og V er midlere vindhastighet i m/s .



Figur 2-5: Sammenligning av admitanse funksjonene

Figuren over viser de to forskjellige funksjonene for middelvind på 40m/s for både høybro- og sidespenntverrsnittene. Sidespenntet har tverrsnittsareal (inkludert innvendig hulrom) på $A = 143m^2$ mens høybroen har $A = 103m^2$. Begge tverrsnittene har samme bredde, $B = 34m$. Fra Figur 2-5 kommer det frem at det kun er små forskjeller mellom funksjonene presentert av Mikkelsen og Holmes. Men L. 2-43 reduserer litt mer på lavere frekvenser enn 1Hz enn det L. 2-44 gjør. For frekvenser lavere enn 0.1Hz kan en tilnærmet si at funksjonen er lik 1 for begge formlene. Størsteparten av egenfrekvensene ligger lavere enn 0.1Hz og det samme gjør tettheten i vindspektraene. Det er av denne grunn valgt å sette hele admitanse funksjonen lik 1 for alle frekvenser lavere enn 1Hz. Og siden frekvensområdet for beregningene er mellom 0.001 og 1Hz betyr det at admitanse funksjonen elimineres bort fra alle kalkulasjoner. Dette forenkler beregningene.

Det er ble i oppgaven testet hvor store utslag det ville ha å utelate admittanse funksjonen fra beregningene. Resultatene er presentert i tabellen under og viser kun små reduksjoner i responsen.

Følgende formel er brukt for å gi den forholdsvis reduksjonen i respons som ville oppstått om en bestemt admitanse funksjon ble brukt:

2.13 Svingeformer og egenfrekvenser

$\phi(a)$ er svingeformen til broen. De er gitt for vertikal- og horisontalforskyvning og torsjon for hele brobjelken. Svingeformene er hentet fra analyser i RM-bridge med tilhørende egenperioder. Som en avgrensning i oppgaven er det kun sett på de første 10 svingeformene til RM-Bridge. Det er i dokumentet om miljølast analysen (COWI, 2015) gitt egenperioden og plot av svingeformene til de 20 først i Nova-Frame og 10 første til Orcaflex. De første 4

svingeformene samsvarer godt bortsett fra at først svingeform til RM-Bridge har betydelig høyere egenperiode enn det Nova-Frame og OrcaFlex gir for den. Svingeformene avviker også litt i form og det kan se ut som om OrcaFlex er mest påvirket av sideforankringen ved at utsvingene er redusert i disse områdene.

#	RM-Bridge	RM-Bridge justert	Nova-Frame	OrcaFlex
1	185.2*	62.3*	59.1	62.3
2	54.6	54.6	47.9	46.8
3	27.2	27.2	38.2	35.8
4	15.8	15.8	31.9	31.1
5	10.4	10.4	24.0**	21.2**
6	7.4	7.4	23.3**	20.9**
7	6.0	6.0	20.7**	20.6**
8	5.5	5.5	19.3**	19.6**
9	4.7	4.7	12.6**	12.7**
10	4.5	4.5	11.9**	12.0**

Tabell 2-3: Sammenstilling av egenperioder i sekund for de 10 første svingeformene

*

Egenperioden som RM-Bridge gir for mode 1 avviker sterkt fra det OrcaFlex (62.3s) og NovaFrame (59.1s) gir og det er i modalanalysen valgt å bruke perioden til OrcaFlex da det gir mer fornuftige responser. Det har vist seg at responsen er over 5 ganger større ved bruk av perioden som RM-Bridge gir i stedet for OrcaFlex. Plot av svingeformen gitt av RM-Bridge er lagt til som vedlegg.

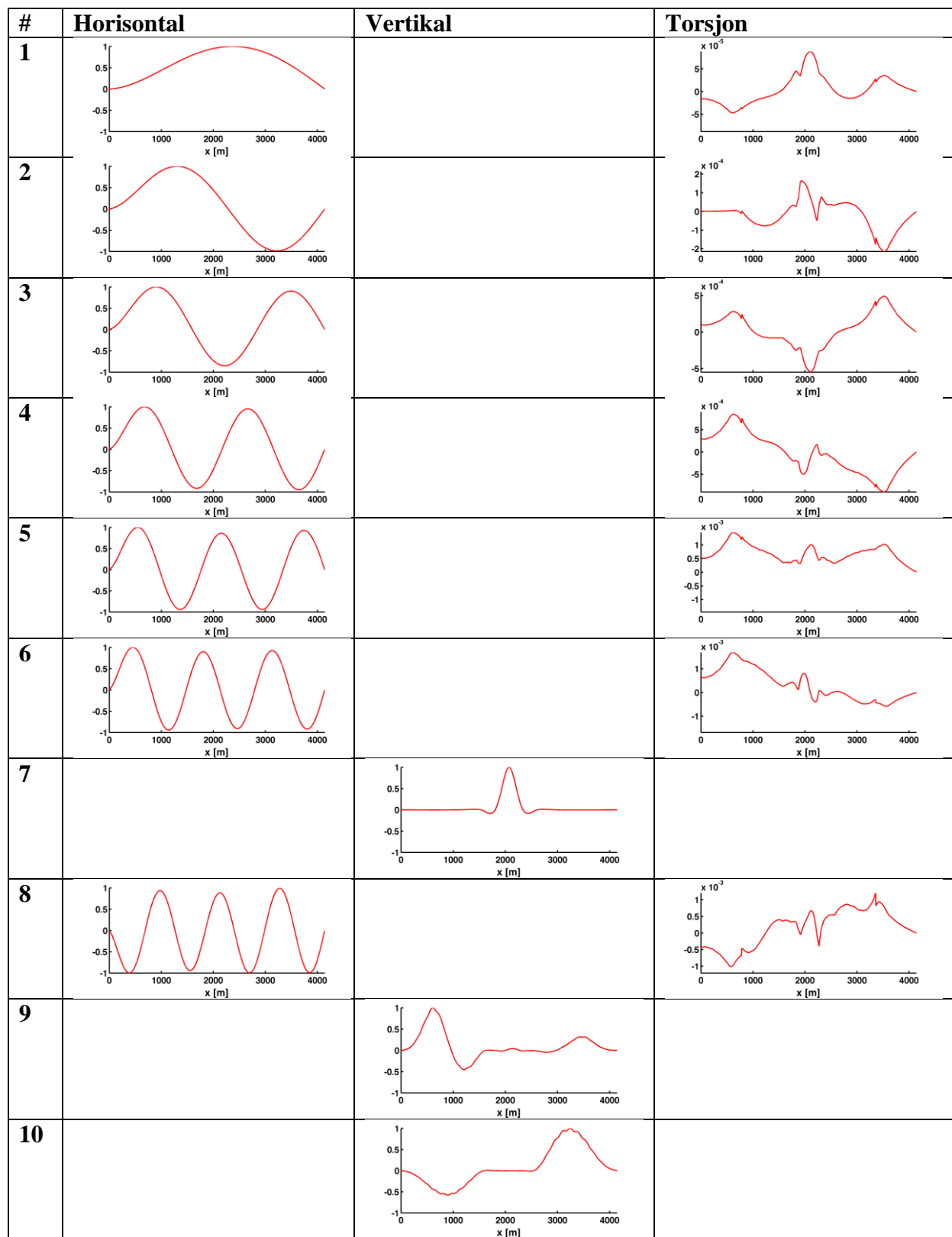
**

Svingeformnummer 5-10 til RM-Bridge samsvarer ikke til samme svingeformnummer som i Nova-Frame og Orcaflex. Se Tabell 2-4 for oversikt over de ikke samsvarende svingeformnummerene.

RM-Bridge	Nova-Frame	OrcaFlex
#5	#7	#6
#6	#10	#10
#7	#14	?
#8	#11	?
#9	#19	?
10	?	?

Tabell 2-4: Ikke samsvarende svingeformnummer. (? = mangler informasjon)

Svingeformene til RM-Bridge antyder at det vil være små rotasjoner av brobjelken sett i forhold til horisontalforskyvning. Eksempelvis er det for svingeform 1 kun 0.00003 rad (0.0017 grader) per 1 meter horisontalforskyvning. For noen av de andre svingeformene er nok forholdet noe mindre, men fortsatt betydelig.

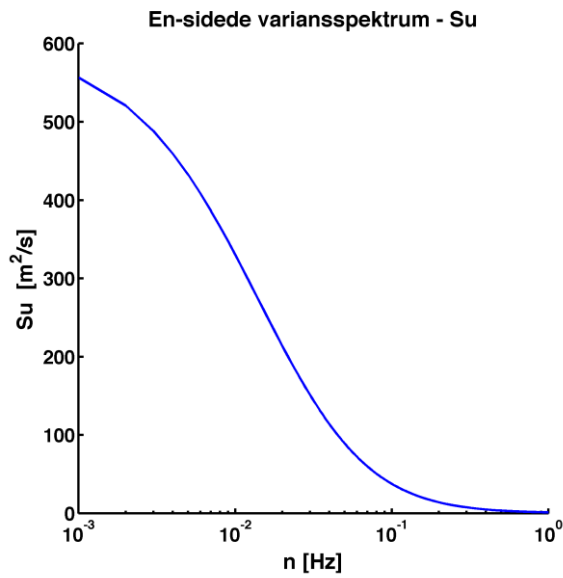


Tabell 2-5: Svingformer fra RM-Bridge

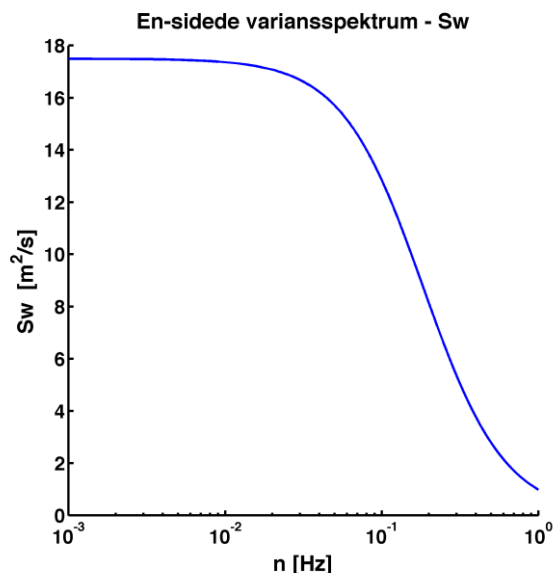
2.14 Vindlast

Vindlasten er beregnet ut fra vindspektrene S_u Figur 2-6 og S_w for en bestemt høyde $z = 50 \text{ m}$.

Det er valgt å bruke fast høyde for å lette beregningene i Matlab. Det vil generer større eller mindre avvik fra reelle forhold alt etter svingeform som blir analysert. Svingeformer som har størst utslag der høyden på konstruksjonsdelene er størst vil bli beregnet med mindre avvik enn svingeformer med størst utslag der høyden på konstruksjonsdelene er lavest.



Figur 2-6: En-sidede variansspektrum $S_{z=50}(n)$



Figur 2-7: En-sidede variansspektrum $S_{w,z=50}(n)$

Formfaktorer er videre brukt for å hente ut vindlasten. Det er for vertikal responsanalyse kun beregnet vindlast på brobjelken. Vindlasten er beregnet ut fra løft-formfaktorene C_L og C_L' på brobjelken med henholdsvis vindspektrene S_u og S_w .

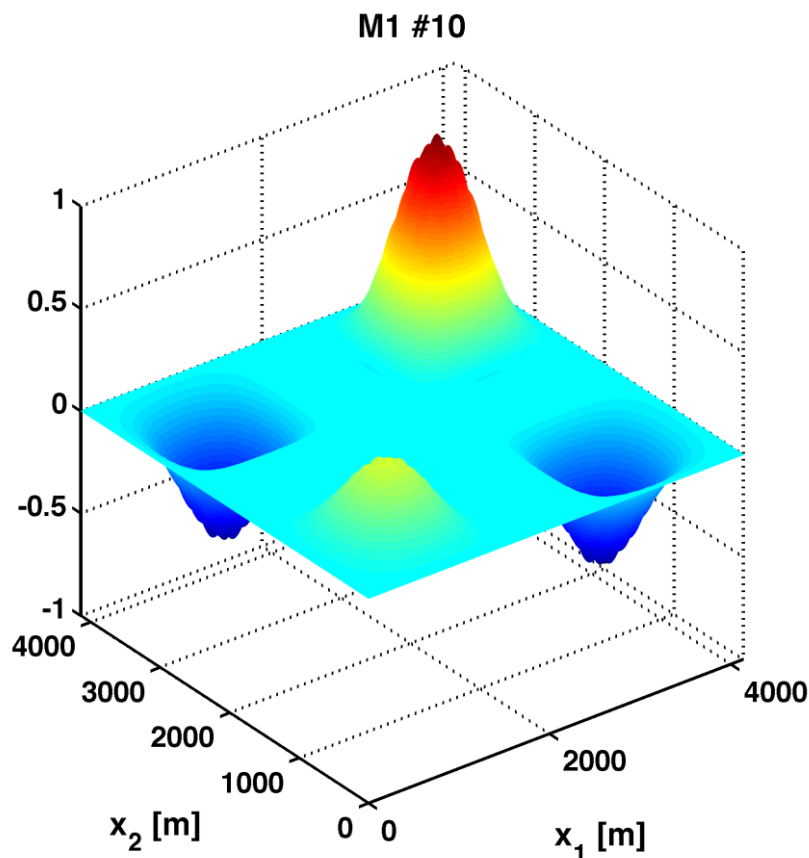
For responsanalyse i kombinert torsjon og sideveis er det beregnet vindlast på brobjelken, tårnene, kablene og søylene. Vindlasten på brobjelken er beregnet ut fra moment-formfaktorene C_M og C'_M med henholdsvis S_u og S_w . I tillegg er drag-formfaktoren brukt sammen med S_u for å gi momentet om rotasjonsaksen til de ulike elementene. Samme metode er også brukt for tårnene, kablene og søylene.

2.15 Tilleggs beskrivelser til matlab-program

I beregningene skal svingeformen multipliseres med den samme svingeformen der svingformene er basert på hver sin variable koordinat langs brobjelken. Produktet blir samlet i matrisen kalt "M1" i Matlab-programmet. Dette gjør det mulig å «vekte» alle avstands-kombinasjoner langs brospennet med relevant ko-koherens verdi, i matrisen M2 omtalt under.

$$M1 = \phi_j(a_1)\phi_j(a_2)$$

L. 2-45



L. 2-46: Mesh av matrisen M1 for svingform nr. 10 i vertikalretning

Videre beregnes det doble integralet over de to variable punktene x1 og x2 som inneholder M1 og det normaliserte co-spektrumet. Det doble integralet er kalt "ISW" i Matlab-programmet og er en funksjon av frekvensen.

$$M1 = \phi(x_1)\phi(x_2)$$

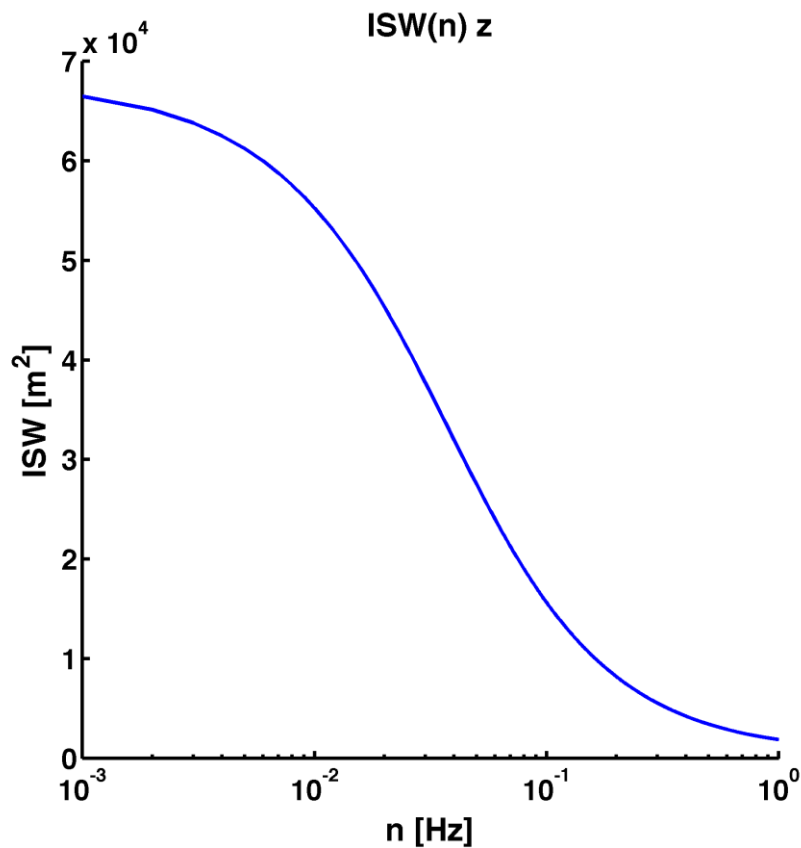
L. 2-47

$$M2 = e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta x \cdot n}{V}\right)}$$

L. 2-48

$$ISW(n) = \iint_0^l \phi(x_1)\phi(x_2) e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta x \cdot n}{V}\right)} dl_1 dl_2 = \iint_0^l M1 \cdot M2 dl_1 dl_2$$

L. 2-49



Figur 2-8: Plot av funksjonen $ISW(n)$ i vertikalretning for en bestemt svingeform

$ISW(n)$ i Figur 2-8 viser at koherensen er større for lavere frekvenser.

For å beregne vindlasten på tårnene velges faste svingeformverdier i de gitte koordinatene til tårnene. Og $M1_{t\#}$ beregnes:

$$M1_{t\#} = [\phi_j(a_{T\text{årn}\#})]^2$$

L. 2-50

Vindlasten fra tårnene beregnes med samme prosedyre som for brubjelken men ISW, som for tårnene kalles ISWt#, beregnes med høyde separasjon Δz i stedet for Δx og med integrasjon over høyden til tårnene. Som forenkling er samme koherens funksjon som horisontal koherens brukt også for vertikal koherens. Midlere vindhastighet er også her beregnet for 55 meter selv om normal praksis ofte er å beregne for 2/3 av tårnhøyden som ville vert 90 meter. For å kompensere for dette er det videre valgt å bruke fast bredde på tårnene for hele høyden med en bredde lik den nedre delen av tårnene. Det er også ikke tatt hensyn til skyggeeffekter mellom beinene til hvert tårn.

$$ISWt\#(n) = M1t\# \cdot ISWt$$

L. 2-51

$$ISWt = \int_0^h \int_0^h e^{-\left(\frac{C \cdot \Delta z \cdot n}{\bar{u}}\right)} dh_1 dh_2$$

L. 2-52

Sideveis lastspektra vil da se slik ut:

$$SQy = S_u(\rho \bar{C}_D DV)^2 \cdot ISW + S_w \left(\frac{1}{2} \rho (C'_D D + \bar{C}_L B) DV \right)^2 \cdot ISW + S_u(2\rho \bar{C}_D DV)^2 \cdot ISWt1 \\ + S_u(2\rho \bar{C}_D DV)^2 \cdot ISWt2$$

L. 2-53

3 Resultater

3.1 Ren vertikal respons (z-retning)

Resultater for maksimal dynamisk vertikal respons av broen pga. turbulent vind er beregnet hjelp av matlab-filen vertikal.m.

Maksimal vertikal respons i meter for ulike ko-koherens og admitansefunksjon ved 5% i hydrodynamisk dempningsforhold:

	C=5	C=10	C=15	C=20
Uten admitansef.	0.2080	0.1583	0.1337	0.1186
Holmes A=103m ²	0.2019	0.1540	0.1303	0.1156
Holmes A=143m ²	0.2005	0.1530	0.1295	0.1149
Mikkelsen	0.2047	0.1560	0.1319	0.1170

Tabell 3-1: Sammenligning av maksimal dynamisk vertikal respons [m] for ulike Admitanse funksjoner og ko-koherens

Kommentar til Tabell 3-1:

I og med at tverrsnittsarealet for brokassen varierer mens beregningene i matlab kun opererer med en fastsatt høyde og bredde vil det være mer korrekt å sammenligne Mikkelsen og Holmes for A=143m² enn A=103m². Det på grunn av at høybroen med det laveste brokasse-tverrsnittet kun utgjør en liten andel av broen.

Forskjellene de ulike admitansefunksjonene kan gis ved følgende formel og resultatene er vist i Tabell 3-2:

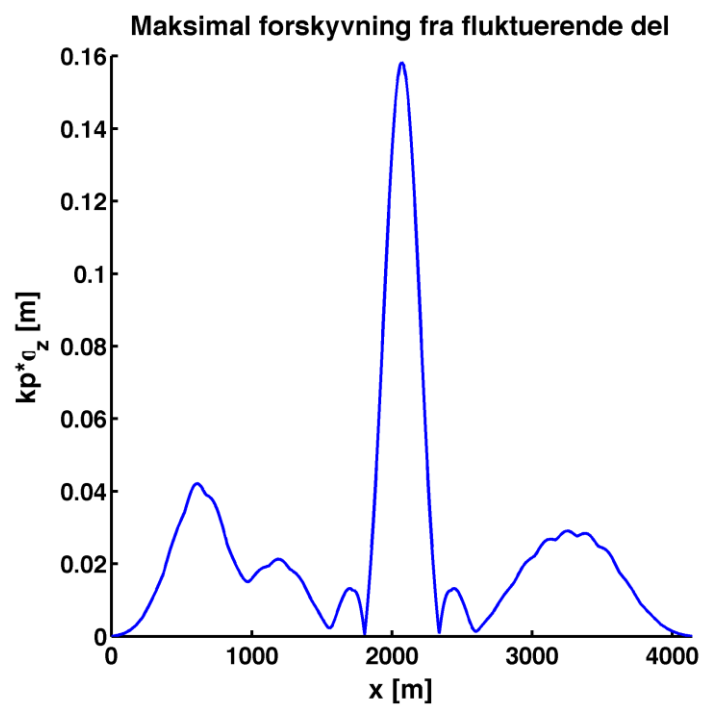
$$\Delta = \frac{z_m - z_u}{z_u}$$

L. 3-1

Der z_u er respons uten admitansefunksjon og z_m er med admitansefunksjon.

	C=5	C=10	C=15	C=20
Uten admitansef.	0	0	0	0
Holmes A=103m ²	-2.93%	-2.72%	-2.54%	-2.53%
Holmes A=143m ²	-3.61%	-3.35%	-3.14%	-3.12%
Mikkelsen	-1.59%	-1.45%	-1.35%	-1.35%

Tabell 3-2: Differansen mellom admitanse funksjonene basert på L. 3-1.



Figur 3-1: Maksimal dynamisk vertikal forskyvning [m] for $C=10$, $d=5\%$, uten admitansefunksjon og RM-bridge egenperioder

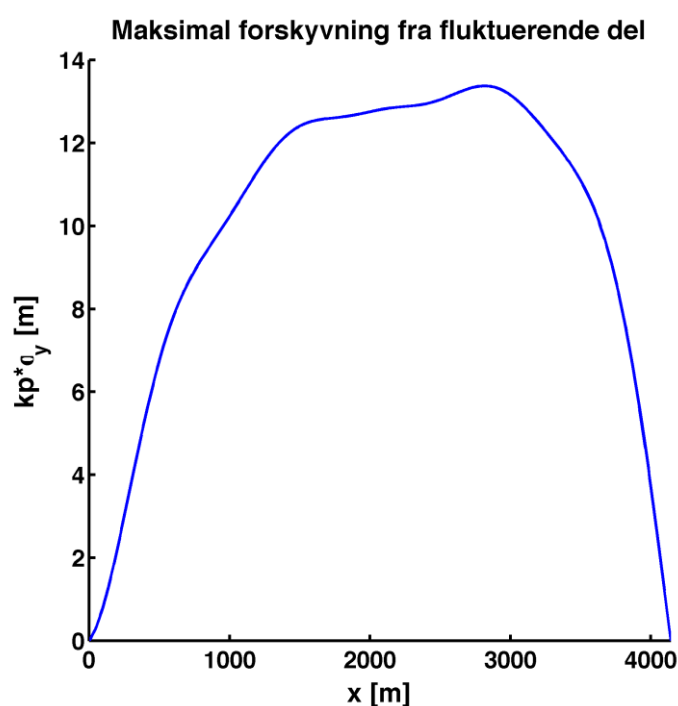
3.2 Kombinert torsjon og horisontal respons

3.2.1 Sideveis respons (y-retning)

Resultater for vertikal respons er beregnet hjelp av matlab-filen komb_H_T.m.

Egenperioder	C=5	C=10	C=15	C=20
RM-Bridge	13.3805	13.3786	13.3658	13.3506
RM-Bridge justert	9.1958	9.1937	9.1919	9.1904

Tabell 3-3: Sammenligning av maskimal dynamisk horisontal respons [m] for ulike egenperiodesett og ko-koherens der det hydrodynamiske dempningsforholdet er 5%



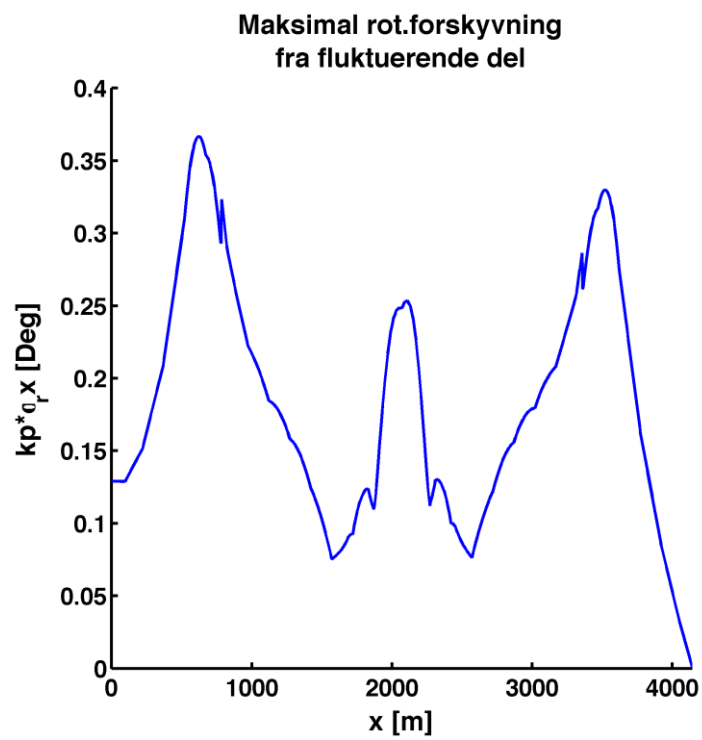
Figur 3-2: Maksimal dynamisk horisontal forskyvning [m] for $C=10$, $d=5\%$ og RM-bridge egenperioder

3.2.2 Torsjons respons (x-akse)

Resultater for vertikal respons er beregnet hjelp av matlab-filen komb_H_T.m.

Egenperioder	C=5	C=10	C=15	C=20
RM-Bridge	0.3667	0.3667	0.3667	0.3667
RM-Bridge justert	0.3653	0.3653	0.3653	0.3653

Tabell 3-4: Sammenligning av maskimal dynamisk torsjons respons [$^{\circ}$] for ulike egenperiodesett og ko-koherens der det hydrodynamiske dempningsforholdet er 5%



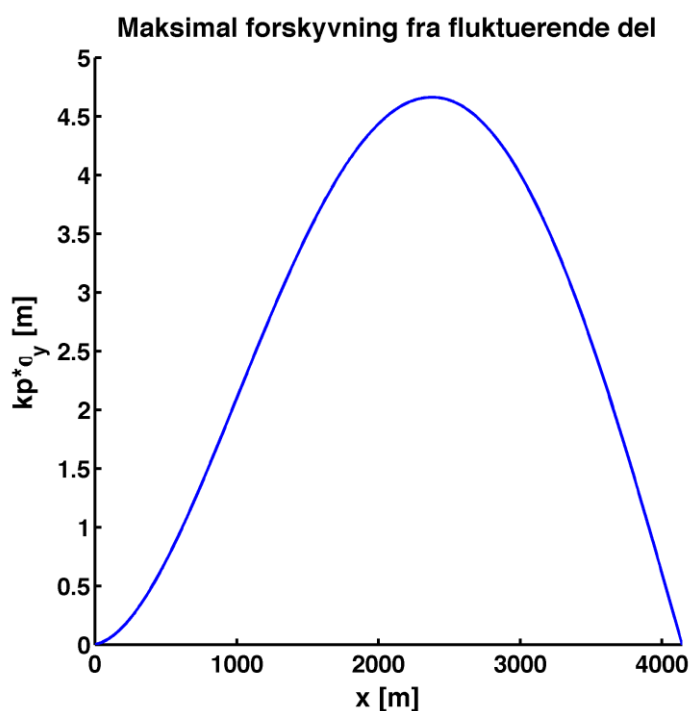
Figur 3-3: Maksimal dynamisk torsjon [m] for $C=10$, $d=5\%$ og RM-bridge egenperioder

3.3 Ren horisontal respons

Resultater for maksimal dynamisk horisontal respons av broen pga. turbulent vind er beregnet hjelp av matlab-filen horisontal.m. Den ble beregnet i og med at resultatene i kombinert respons virket urealistiske.

Eigenperioder	C=5	C=10	C=15	C=20
RM-Bridge	5.1885	4.6650	4.3373	4.1097
RM-Bridge justert	0.8754	0.7614	0.6947	0.6486

Tabell 3-5: Sammenligning av maskimal dynamisk horisontal respons [m] for ulike egenperioodesett og ko-koherens der det hydrodynamiske dempningsforholdet er 5%



Figur 3-4: Maksimal dynamisk horisontal forskyvning [m]

3.4 Diskusjon

Resultatene gitt i oppgaven inneholder store usikkerheter som kommer fra flere ulike feilkilder.

Svingeformene med tilhørende egenperioder fra RM-Bridge som virker til å avvike en del fra Nova-Frame og OrcaFlex.

Det hydrodynamiske dempningsforholdet antatt i oppgaven er ikke kvalitetssikret.

Metodikken brukt for å beregne responsene i oppgaven har også sine svakheter og kan inneholde betydelige feil.

Matlab-programmene kan inneholde feil koding slik at metodikken nevnt i oppgaven ikke blir overholdt.

Matlab beregner med 16 gjeldende siffer som kunne vært en feilkilde, men sett i sammenheng med de store usikkerhetene og antakelsene i beregningene kan det ses bort ifra.

4 Oppsummering

4.1 Konklusjon

Hovedvekten i oppgave har vært å vise en metodikk for beregning av respons fra turbulent vind og belyse ulike parametere som har innvirkning på resulterende responser.

Admitansefunksjonene som er testet i oppgaven gir marginale utslag på resultatene og kan for flytebroen i oppgaven og antakeligvis andre lignende konstruksjoner med høye svingeperioder utelates fra beregningene uten at det vil gi markante avvik i responsen.

Konstanten C som bestemmer hvor raskt ko-koherensen avtar ved stedvis separasjon og høyere frekvenser har vist seg i oppgaven til å være en viktig og avgjørende parameter for beregningene av responsen sett bort ifra beregningen av kombinert torsjon og horisontal respons. Det var en økning på ca. 75% i vertikal respons og 26% for horisontal respons ved bruk av $C=5$ i stedet for $C=20$ for de rene responsberegningene. For det kombinerte tilfellet av torsjon og horisontal respons var det som nevnt ikke samme effekt. Der var økningen på under 1%. Den lille økningen skyldes antakeligvis at det kombinerte beregnings-programmet ikke er tilfredsstillende og bør revideres.

Konstruksjonsresponsene fra den fluktuerende delen av vinden er i MatLab-beregningene for urealistiske til at det kan konkluderes i noen særlig grad sett bort ifra beregningen til ren horisontalrespons.

Den rene horisontalresponsen (maksimal dynamisk) er i oppgaven blitt beregnet til å være mellom 4-5 m mot 2.7 m som er blitt nevnt i COWI sitt dokument (COWI, 2015). For flytebroen vil ikke det være betydelige forskyvninger sett i forholdt til dimensjonen av broen.

Den rene vertikalresponsen (maksimal dynamisk) er i oppgaven blitt beregnet til å være mellom 0.12-0.21 m. Responsen virker å være liten og rent intuitivt ville det vært forventet en god del større respons. At beregningen kun inkluderer 3 svingeformer for vertikal respons kan være en viktig årsak til de lave verdiene.

Kombinert beregning av torsjon og horisontalrespons gir horisontal forskyvning på 13.4 m (RM-bridge egenperioder) og 9.2 m (RM-bridge justert egenperiode for første svingeform). Torsjonen er beregnet til 0.37 grader (både RM-bridge og RM-Bridge justert) mot 0.35 grader i analysen til COWI. Sett bort i fra at torsjonen er nær verdien som COWI har fått, er det flere betydelige usikkerheter i den kombinerte beregningen.

4.2 Videre arbeid

Ut fra de resultatene vil det i videre arbeid være viktig å undersøke videre hvilken effekt konstanten C har på responsene da resultatene antydte både betydelige og ubetydelige effekter. Viss det videre viser seg å ha en stor effekt på responsene vil det være viktig å bestemme hvilken verdi av C som best beskriver forholdene i Bjørnafjorden.

Beregninger for kobling av torsjon og vertikale svingeformer er naturlig å ta med i fremtidige analyser.

Det vil være interessant å beregne for mer enn de 10 første svingeformene. Det vil være spesielt interessant for beregning av vertikal respons.

Dempningene til konstruksjonen og tilleggsmasser fra vann vil også være interessante å undersøke i videre arbeid slik at realistiske verdier kan bli brukt i modellen.

Det vil være nødvendig å se gjennom matlab-programmet og kontrollere at beregningene faktisk blir løst etter metodikken presentert i oppgaven. Det vil også være hensiktsmessig å gå gjennom metodikken som inneholder en del forenklinger som kan generere betydelige avvik. Også svingeformene og egenfrekvensene fra RM-Bridge bør gå gjennom en kvalitetssjekk.

Videre vil det være interessant å se nærmere på interaksjonen med bølgelaster. Det vil i tillegg være nyttig å beregne vindlast for en flytebro med færre pontonger og søyler for å se om de reduserte lastene muliggjør lengre spenn og mindre kostnader tilknyttet pontongen.

Referanser

- Bentley Systems. (2015). *RM Bridge*. Hentet fra <http://www.bentley.com/en-US/Products/RM+Bridge/>
- Cengel, Y., Cimbala, J., & Turner, R. (2012). *Fundamentals of Thermal-Fluid Sciences* (4. utg.). New York: McGraw-Hill.
- COWI. (2015). *Straight bridge stage 2 - environmental loading analyses*. COWI AS.
- Hjorth-Hansen, E. (1993). *Wind Engineering, Lecture Note No. 1&2*. Trondheim: NTH.
- Holmes, J. D. (2007). *Wind loading of structures* (2. utg.). Abingdon: Taylor & Francis.
- Larsen, P. K., Clausen, A. H., & Aalberg, A. (2003). *Stålkonstruksjoner – profiler og former* (3. utg.). Tapir akademisk forlag.
- MathWorks. (2015). *MatLab features*. Hentet fra <http://se.mathworks.com/products/matlab/features.html>
- Mikkelsen, O. (2013). *Modelling of wind loads and windinduced response of a long-span bridge in time-domain*. (Doktorgradavhandling), Det teknisk-naturvitenskapelige fakultet, Universitetet i Stavanger, Stavanger.
- Standard Norge. (2009). *Eurokode 1: NS-EN 1991-1-4:2005+NA:2009 - Allmenne laster - Vindlaster*. Standard Norge.
- Statens vegvesen. (2014). *Håndbok V499 Bruprosjektering Eurokodeutgave*. Statens Vegvesen.
- Statens vegvesen. (2015). *Ferjefri E39*. Hentet fra <http://www.vegvesen.no/Vegprosjekter/ferjefriE39>
- Strømmen, E. (2010). *Theory of Bridge Aerodynamics* (2. utg.). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

Vedlegg

A: Vindberegninger etter Eurokode (NS-EN 1991-1-4)

Vindberegningene som er presentert her er av en konservativ karakter men i en litt forenklet tilnærming enn det som er mulig med standard 1991-1-4. Håndbok V499 er også brukt som grunnlag for beregningene.

Brukonstruksjonen som oppgaven omhandler skal beregnes i vindklasse III etter håndboken V499 grunnet særlig spesiell utforming. Det innebærer blant annet vindtunnel testing og bruk av mer detaljerte opplysninger i beregningsmodell.

Stedsvindhastighet

Referansevindhastigheten velges lik som dokumentet for utredningen av Bjørnafjorden, som er gitt for 10m, 10min, returperiode 50 år:

$$v_{b,0} = 26 \text{ m/s}$$

Vindretningsfaktor og årstidsfaktoren settes konservativt til 1 for begge.

$$c_{dir} = 1$$

$$c_{season} = 1$$

Byggestedets terreng høyde er ved havoverflaten slik at nivåfaktoren settes til 1.

$$c_{alt} = 1$$

Returperioden varier for de ulike beregningene og de mest aktuelle verdiene er gitt under:

$$c_{prob,R=50\text{år}} = 1$$

$$c_{prob,R=100\text{år}} = 1.04$$

$$c_{prob,R=500\text{år}} = 1.12$$

Broen er omsluttet av åpen fjord og det er da ikke nødvendig å ta hensyn til åser og skråninger da dette ikke eksisterer på stedet.

$$c_0 = 1$$

Ruhetsfaktoren bestemmes ut fra ulike parametre. 1991-1-4 (Tabell 4.1)

$$z_0 = 0.01m$$

$$z_{0,II} = 0.05m$$

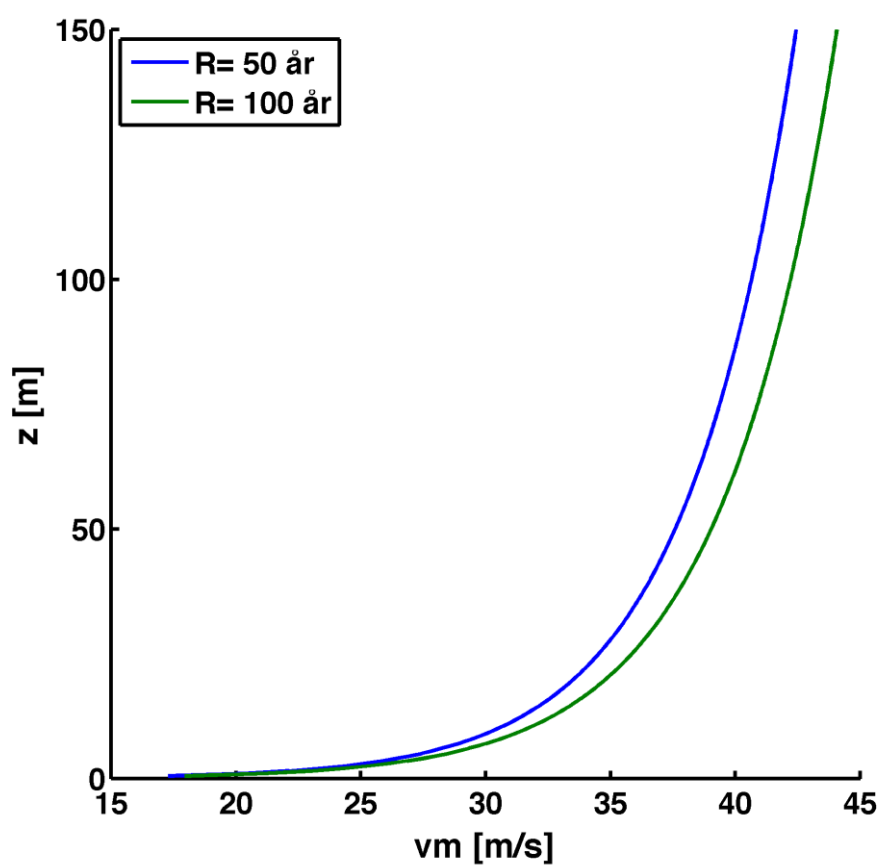
$$k_r = 0.19 \cdot \left(\frac{z_0}{z_{0,II}} \right)^{0.07} = 0.170$$

$$c_r(z) = k_r \cdot \ln \left(\frac{z}{z_0} \right)$$

Stedsvindhastigheten er gitt ved følgende formel og verdiene gitt for ulike høyder og returperioder i underliggende tabeller.

$$v_m(z, 10min, R) = v_{b,0} \cdot c_{dir} \cdot c_{season} \cdot c_{alt} \cdot c_{prob} \cdot c_0 \cdot c_r(z)$$

M.o.h.	$v_m(\text{m/s})$ R=50 år	$v_m(\text{m/s})$ R=100 år
15	32.28	33.52
25	34.53	35.86
40	36.61	38.02
55	38.01	39.48
100	40.65	42.22
150	42.44	44.07



Vindprofiler for returperiode på 50 og 100 år

B: Forenklede statiske beregninger fra vindlast

Bjørnafjorden ligger vest for og innenskjærs for Austevoll kommune i Hordaland. Den dominerende vindretningen for de høyeste vindhastighetene er nord-vestlig.

I de forenklede vindkraftberegningene er det bare tatt med to forenklede lasttilfeller. 100år vindkast med permanente laster og 1år vindkast med trafikk. Sannsynlighetsfaktoren for 1 års returperiode er satt lik c_{prop} for 2 år da standarden ikke er gyldig for lavere returperioder.

$$c_{prop,1\text{år}} = c_{prop,2\text{år}} = 0.776$$

Det er i denne utregningen sett bort fra vindkrefter på de 26 støttene som står på pontongene.

Formel for linjelasten bygger på kasthastighetstrykket gitt i Standard og Håndbok V499

$$q_{kast} = (1 + 2 \cdot k_p \cdot I_u(z)) \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2 \cdot C_D \cdot h$$

$$\rho = 1.25 \text{ kg/m}^3 \text{ [Håndbok V499]}$$

Brubjelken

Dragkoeffisienten som er brukt i beregningen er for 3graders krenkning som er antatt og være normal krenkning ved vind belastning. Ref [Design Basis fra 02.02.2015] Drag koeffisienten for brubjelke med trafikk er satt lik som brubjelke uten trafikk.

100 års vindkast uten trafikk

$$C_D = 1.12$$

$$h = 5 \text{ m}$$

$$v_{z=25m,100\text{år}} = 35.9 \text{ m/s}$$

$$q_{kast,Brub.,100\text{år}} = [1 + 2 \cdot 3.5 \cdot I_u(z)] \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.25 \cdot 35.9^2 \cdot 1.12 \cdot 5 = 8.5 \text{ kN/m}$$

1 års vindkast med trafikk

$$C_D = 1.12$$

$$h = 7 \text{ m}$$

$$v_{z=25m,1\text{år}} = 26.8 \text{ m/s}$$

$$q_{Kast,Brub.,1\text{år}} = 6.7 \text{ kN/m}$$

100 års vindkast gir størst verdi og det er da ikke nødvendig å se på lasttilfellet med 1års returperiode.

Tårn

0-45m

$$C_D = 2.0$$

$$h = 8 \text{ m}$$

$$l = 45 \text{ m}$$

$$v_{z=35\text{m},100\text{år}} = 37.4 \text{ m/s}$$

$$q_{Kast,Tårn,0-45} = 26.0 \text{ kN/m}$$

$$F_{kast,Tårn,0-45} = 1170 \text{ kN}$$

45-145m

$$C_D = 2.0$$

$$h = 6 \text{ m}$$

$$l = 100 \text{ m}$$

$$v_{z=100\text{m},100\text{år}} = 42.2 \text{ m/s}$$

$$q_{Kast,Tårn,45-145} = 23.5 \text{ kN/m}$$

$$F_{kast,Tårn,45-145} = 2352 \text{ kN}$$

Sum per Tårn

$$F_{kast,Tårn} = 1170 + 2352 = 3522 \text{ kN} = 3.5 \text{ MN}$$

Kabler

$$C_D = 1.2$$

$$h = 0.25 \text{ m}$$

$$l = 32 \cdot 120 = 3840 \text{ m}$$

$$v_{z=100\text{m},100\text{år}} = 42.2 \text{ m/s}$$

$$q_{Kast,Kabler} = 0.59 \text{ kN/m}$$

$$F_{kast,Kabler} = 2258 \text{ kN} = 2.3 \text{ MN}$$

Geometri

$$L = 4140 \text{ m}$$

$$L_1 = 970 \text{ m}$$

$$L_2 = 900 \text{ m}$$

$$L_3 = 400 \text{ m}$$

Krefter

Maksimal kraft og moment

Momentene er beregnet ved pontongene med sideforankring siden støttemomentene er større enn feltmomentene. I tillegg er horisontalkreftene på tvers av brubjelken beregnet for å kunne gi en indikasjon på stivheten til sideforankringen. Det er også antatt at støttene ikke forskyver seg i beregningene som forenkling. Faktorene for beregning av momenter og krefter er konservativt valgt fra anerkjent formelhefte (Stålkonstruksjoner)

Pontong 7 og 20:

$$q_{Brub.} = 8.5 \text{ kN/m}$$

$$V = 1.25 q \cdot \frac{L_1 + L_2}{2} = 1.25 \cdot 8.5 \frac{970 + 900}{2} = 10 \text{ MN}$$

$$M = 0.125 q \cdot \left[\frac{L_1 + L_2}{2} \right]^2 = 0.125 \cdot 8.5 \cdot \left[\frac{970 + 900}{2} \right]^2 = 929 \text{ MNm}$$

Pontong 13 og 14:

$$V = F_{Tårn+Kabler} + 1.25 q \cdot \frac{L_2 + L_3}{2} = 5.8 + 1.25 \cdot 8.5 \frac{900 + 400}{2} = 6.9 \text{ MN}$$

$$M = 0.125 q \cdot \left[\frac{L_2 + L_3}{2} \right]^2 = 0.125 \cdot 8.5 \cdot \left[\frac{900 + 400}{2} \right]^2 = 449 \text{ MNm}$$

Spenninger

Horisontale krefter er ikke tatt med selv om de vil oppstå på grunn av at endepunktene ikke kan bevege seg fritt i særlig grad. Det bør av den grunn være god margin mellom tillatt spenning og spenning fra moment.

$$W_y = \frac{I_{yy}}{\frac{b}{2}} = \frac{199}{\frac{34}{2}} = 11.7 \text{ m}^3$$

$$\sigma = \frac{M}{W_y} = \frac{929}{11.7} = 79.4 \text{ MPa}$$

ULS

$$\sigma = 1.6 \cdot 79.4 = 127.0 \text{ MPa} \quad OK!$$

Forskyvninger

Pontong 7:

$$V_7 = 10.0 \text{ MN}$$

$$k_7 = 1.214 \text{ MN/m}$$

$$x_7 = \frac{V_7}{k_7} = \frac{10.0}{1.214} = 8.2 \text{ m}$$

Pontong 13:

$$V_{13} = 6.9 \text{ MN}$$

$$k_{13} = 1.294 \text{ MN/m}$$

$$x_{13} = \frac{V_{13}}{k_{13}} = \frac{6.9}{1.294} = 5.3 \text{ m}$$

Pontong 14:

$$V_{14} = 6.9 \text{ MN}$$

$$k_{14} = 1.293 \text{ MN/m}$$

$$x_{14} = \frac{V_{14}}{k_{14}} = \frac{6.9}{1.293} = 5.3 \text{ m}$$

Pontong 20:

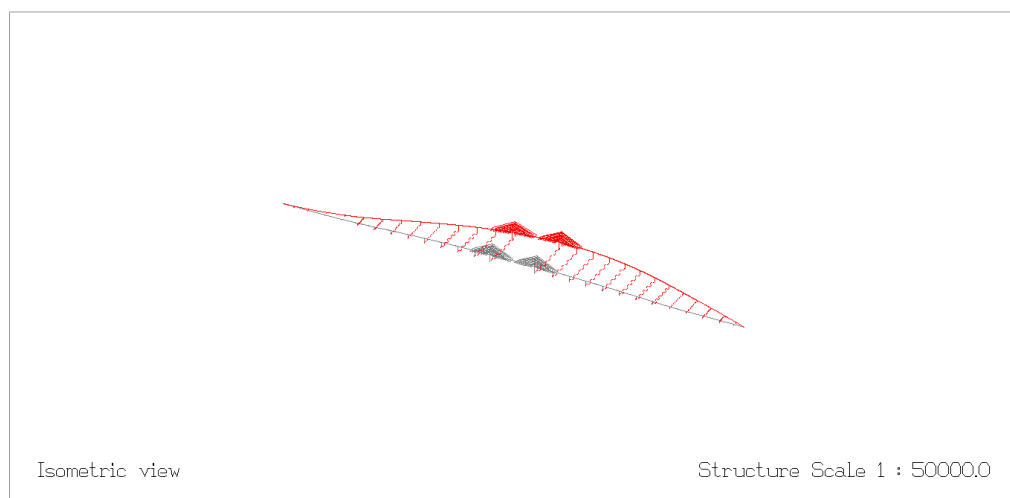
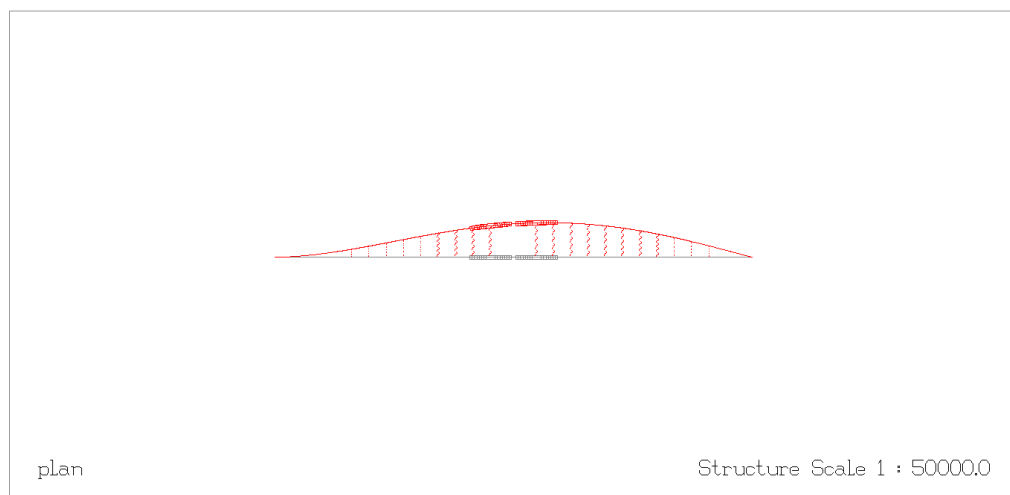
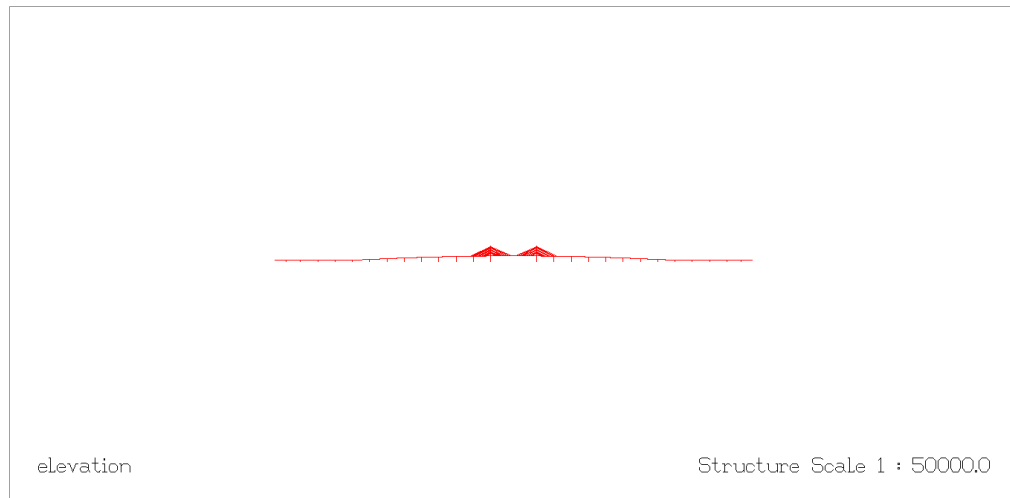
$$V_7 = 10.0 \text{ MN}$$

$$k_7 = 1.335 \text{ MN/m}$$

$$x_7 = \frac{V_7}{k_7} = \frac{10.0}{1.335} = 7.5 \text{ m}$$

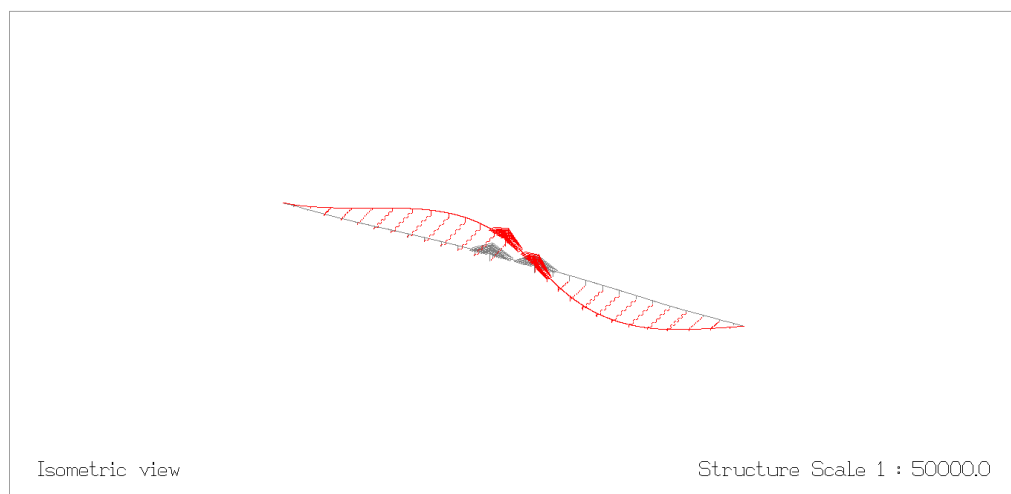
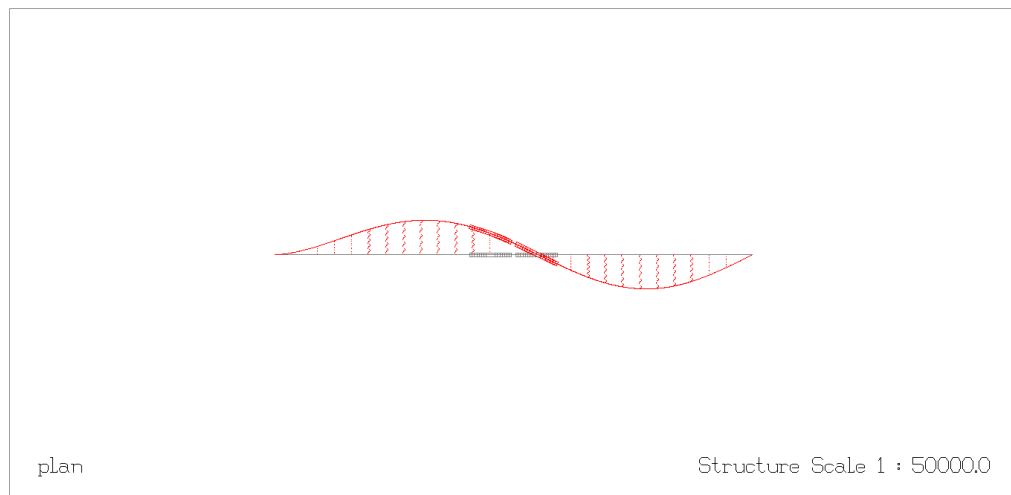
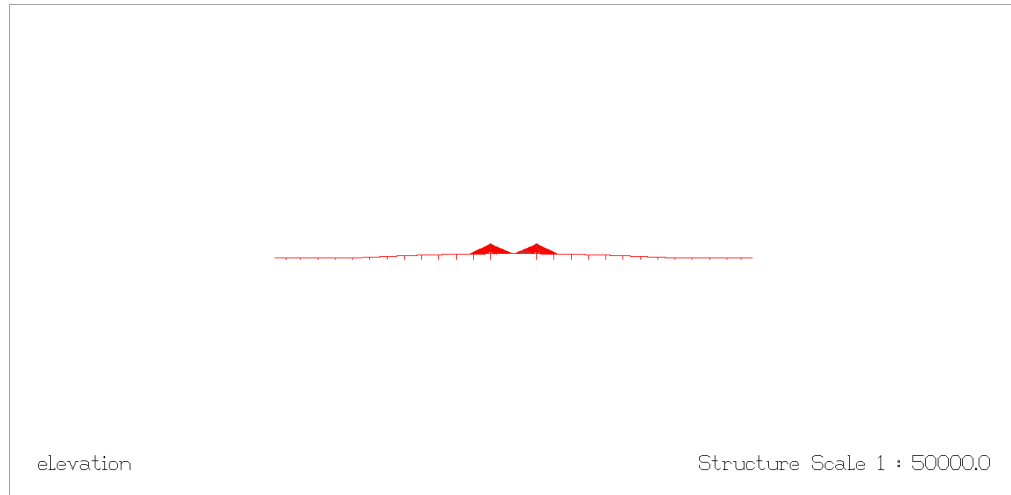
C: Svingformer og egenfrekvenser fra RM-Bridge

Eigenmode eigenmodes#1 (Factor 300, 0.005 (Hz))
Stage Plot+Eigen



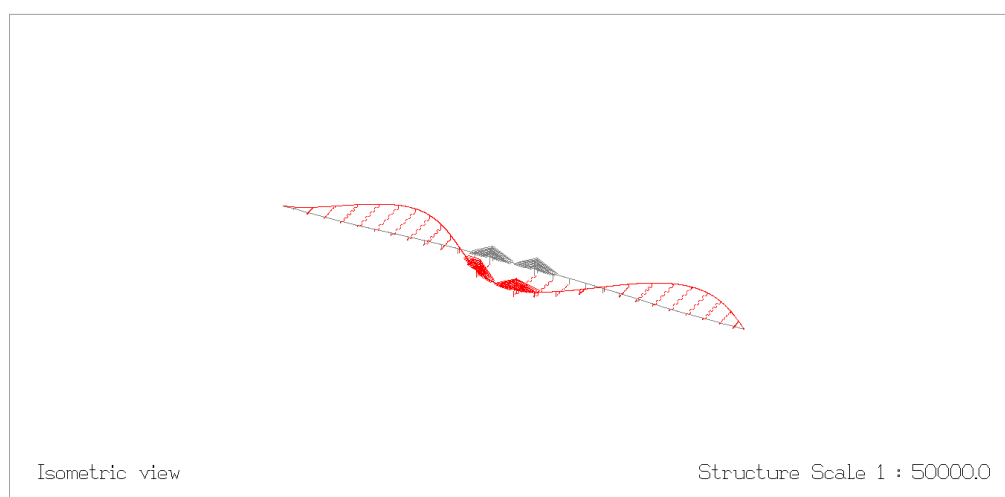
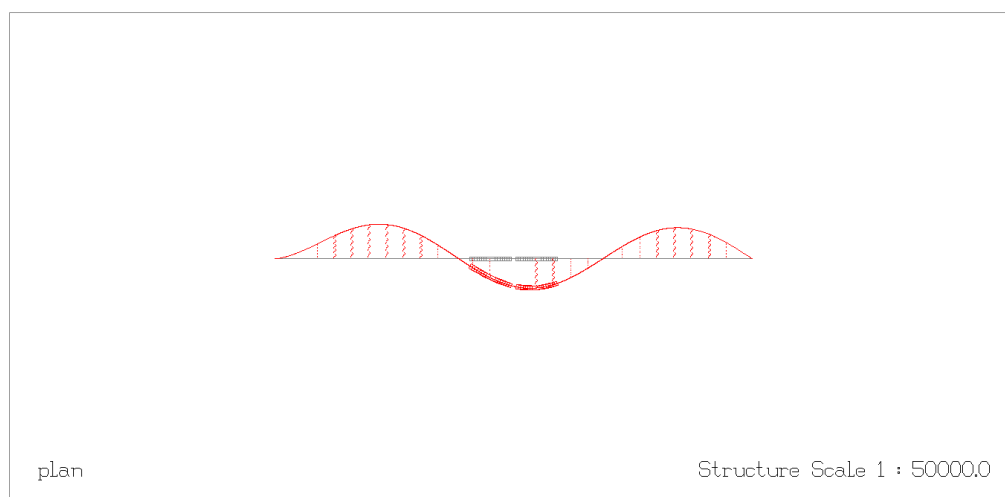
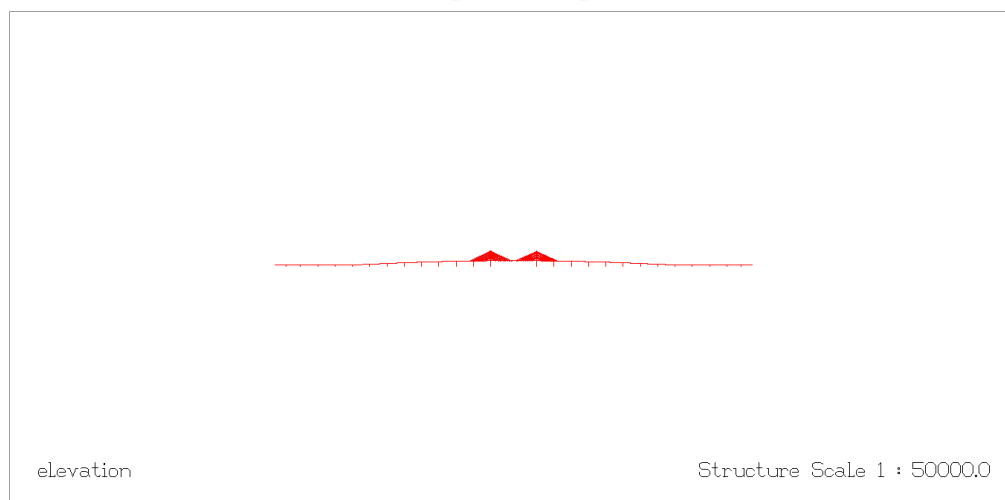
Plot 'pl-eig-stgPlot+Eigenpl' from 03 JUN 2015

Eigenmode eigenmodes#2 (Factor 300, 0.018 (Hz))
Stage Plot+Eigen



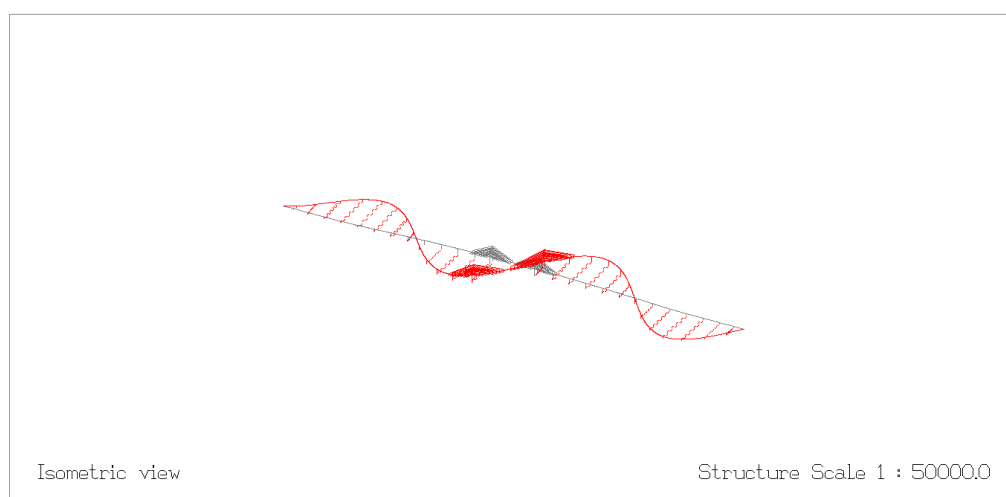
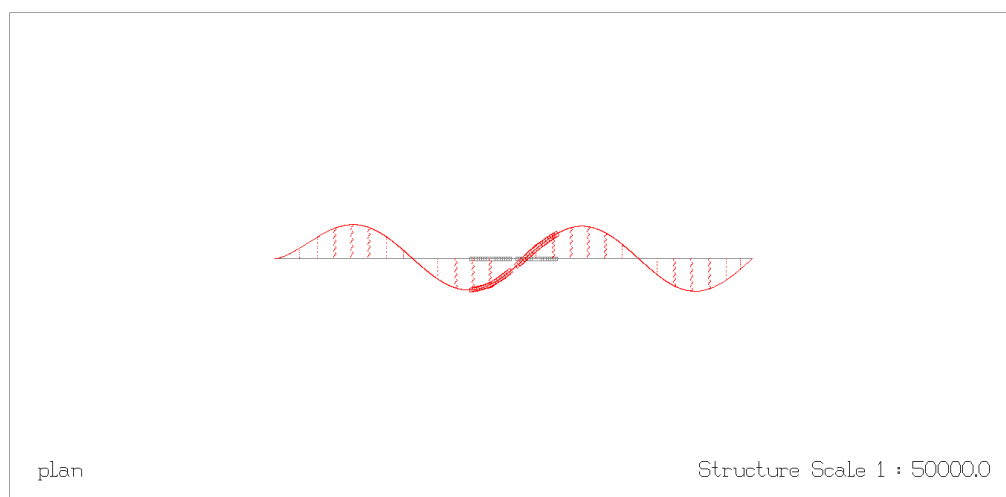
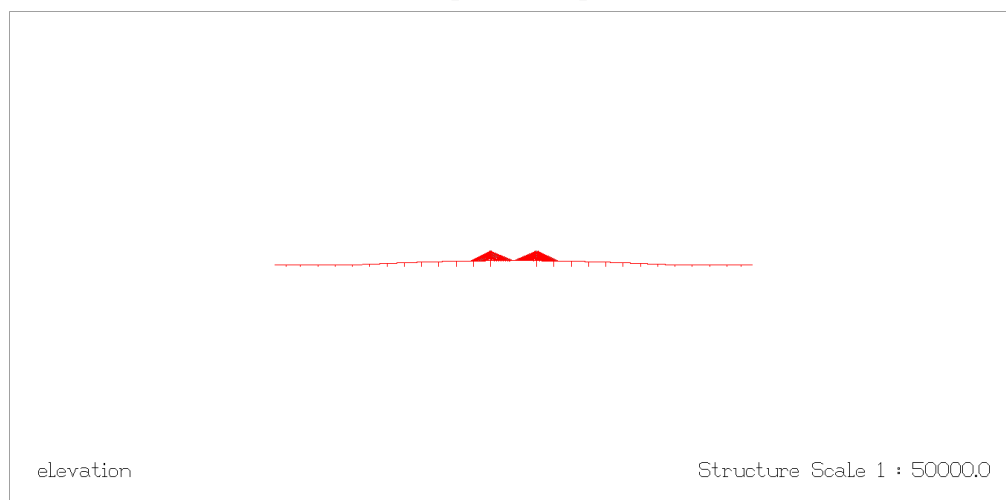
Plot 'pl-eig-stgPlot+Eigen.pl' from 03 JUN 2015

Eigenmode eigenmodes#3 (Factor 300, 0.037 (Hz))
Stage Plot+Eigen



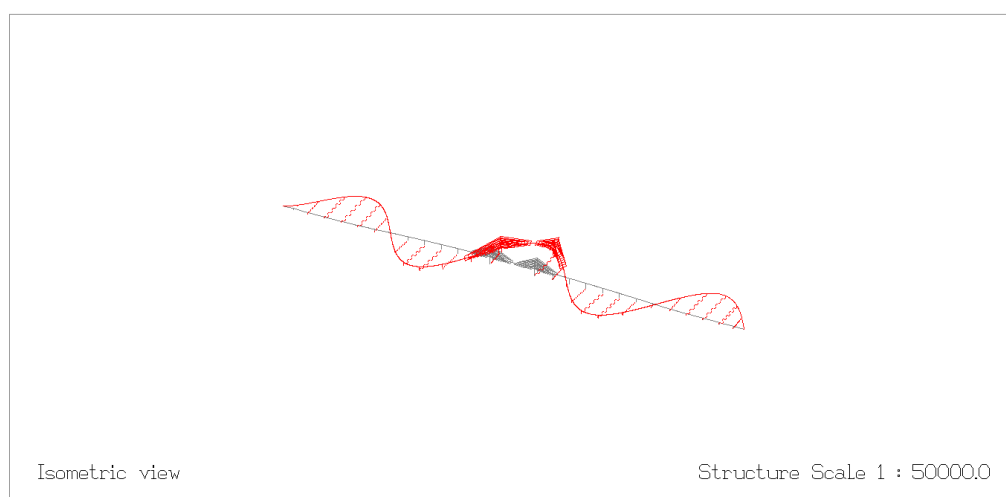
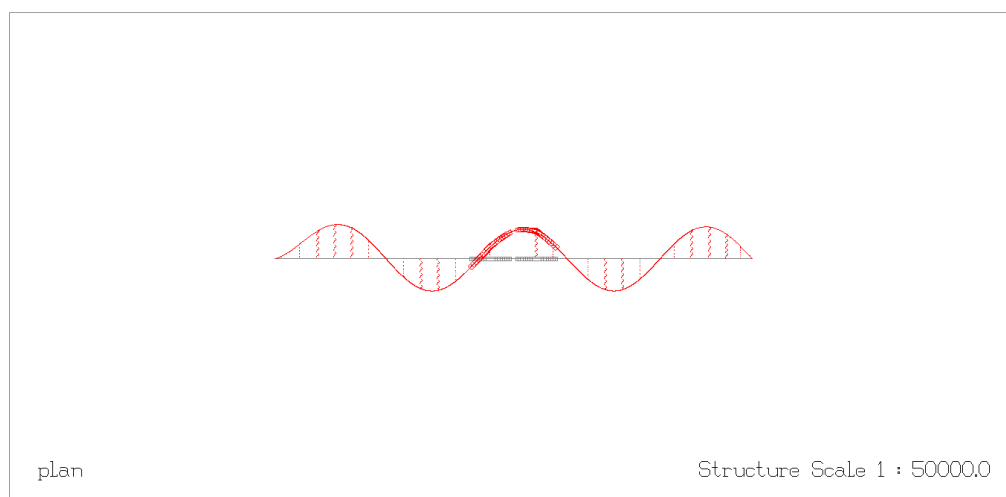
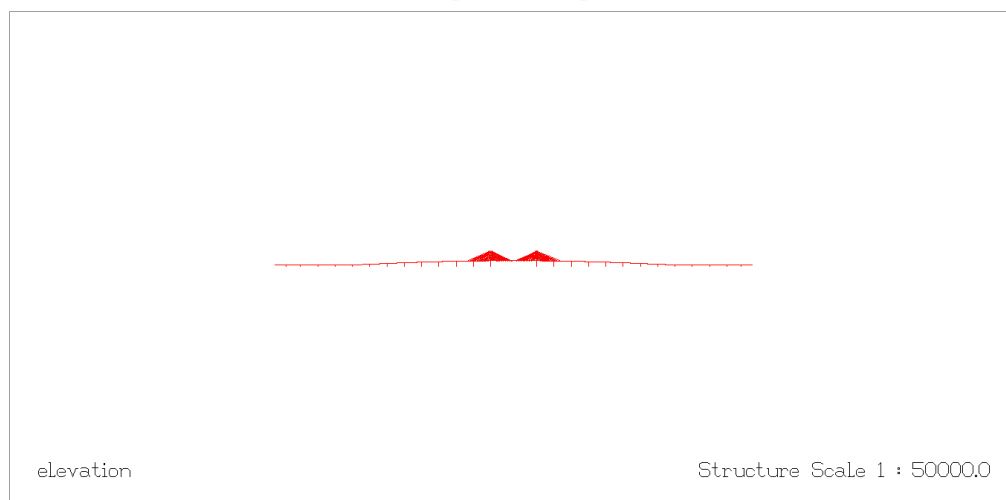
Plot 'pl-eig-stgPlot+Eigen.pl' from 03 JUN 2015

Eigenmode eigenmodes#4 (Factor 300, 0.063 (Hz))
Stage Plot+Eigen



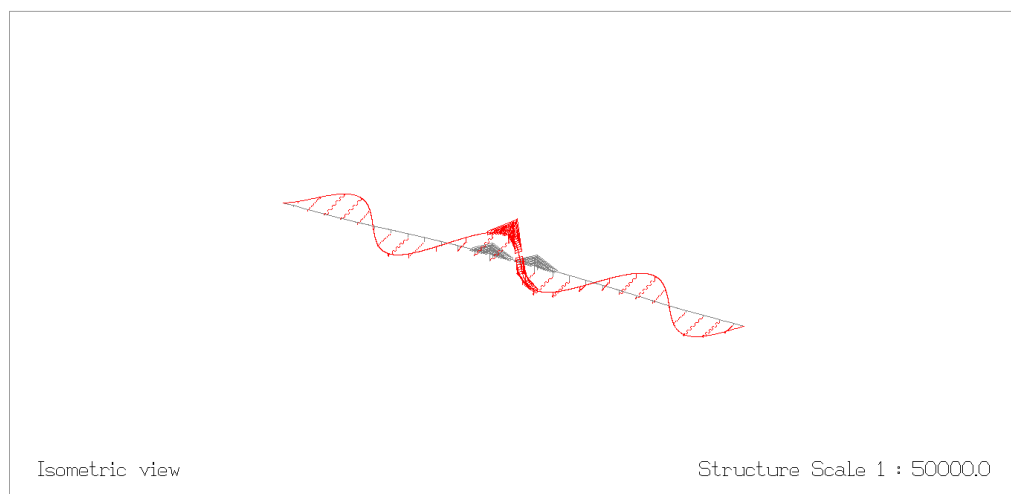
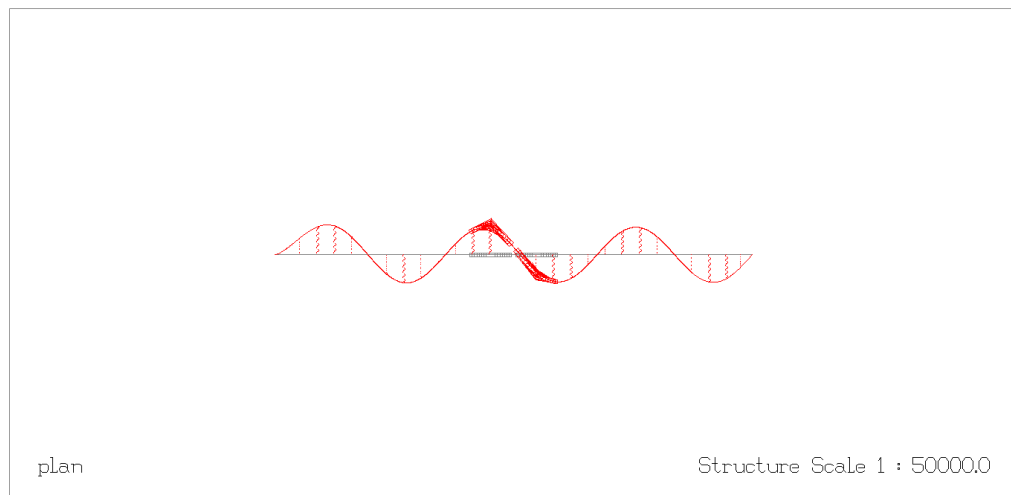
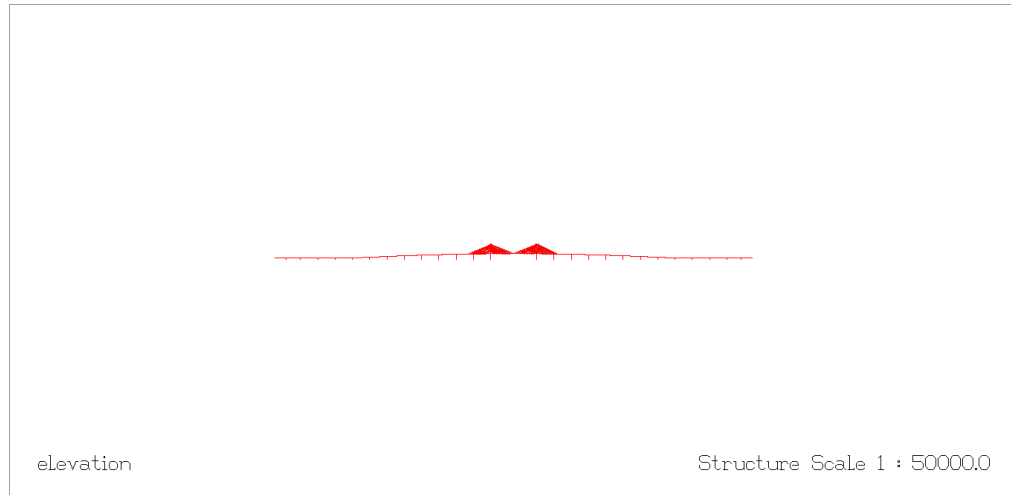
Plot 'pl-eig-stgPlot+Eigen.pl' from 03 JUN 2015

Eigenmode eigenmodes#5 (Factor 300, 0.096 (Hz))
Stage Plot+Eigen



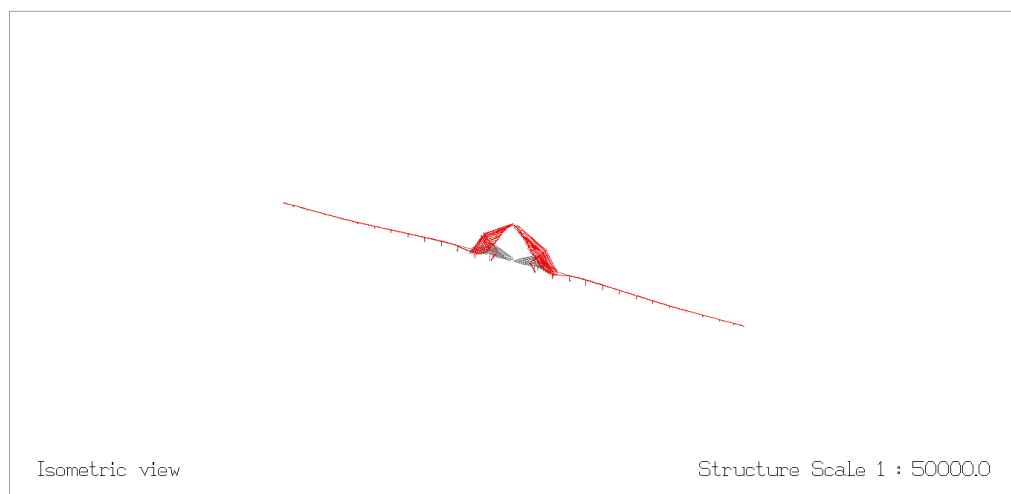
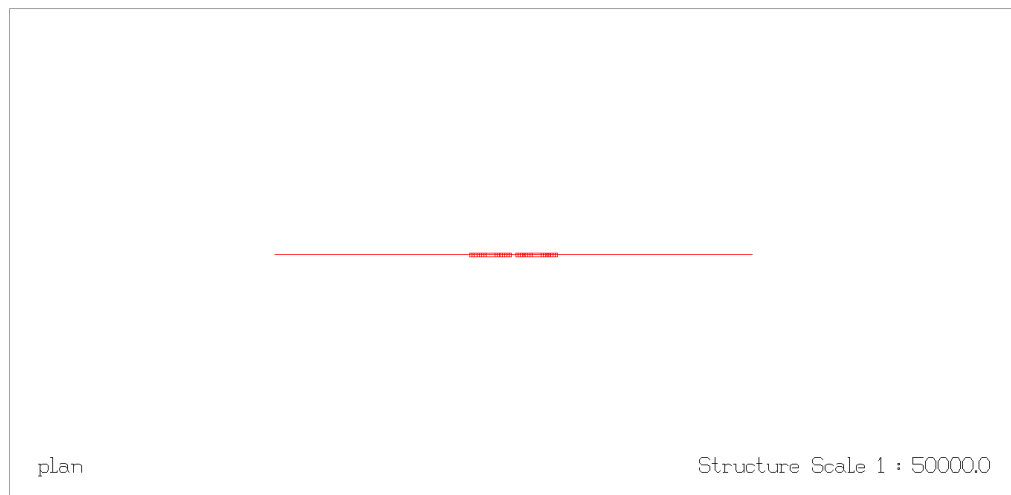
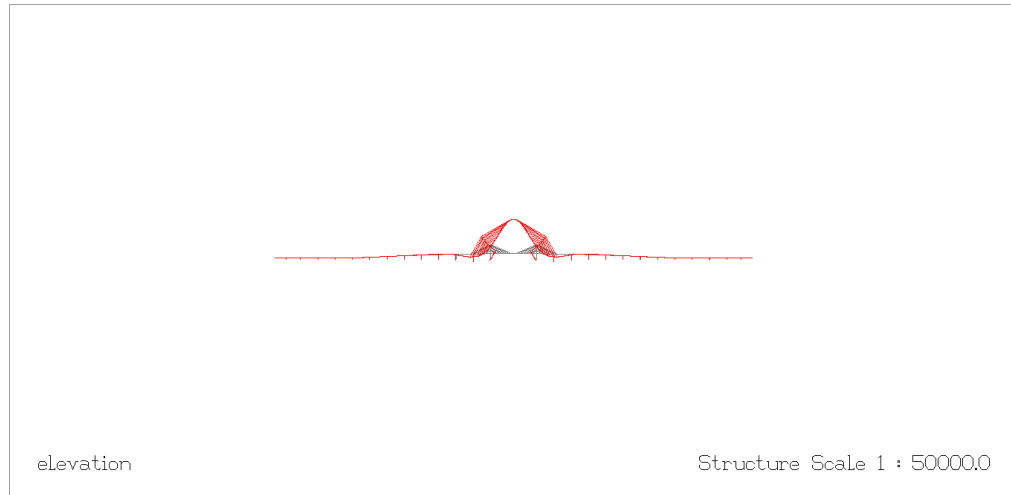
Plot 'pl-eig-stgPlot+Eigen.pl' from 03 JUN 2015

Eigenmode eigenmodes#6 (Factor 300, 0.135 (Hz))
Stage Plot+Eigen



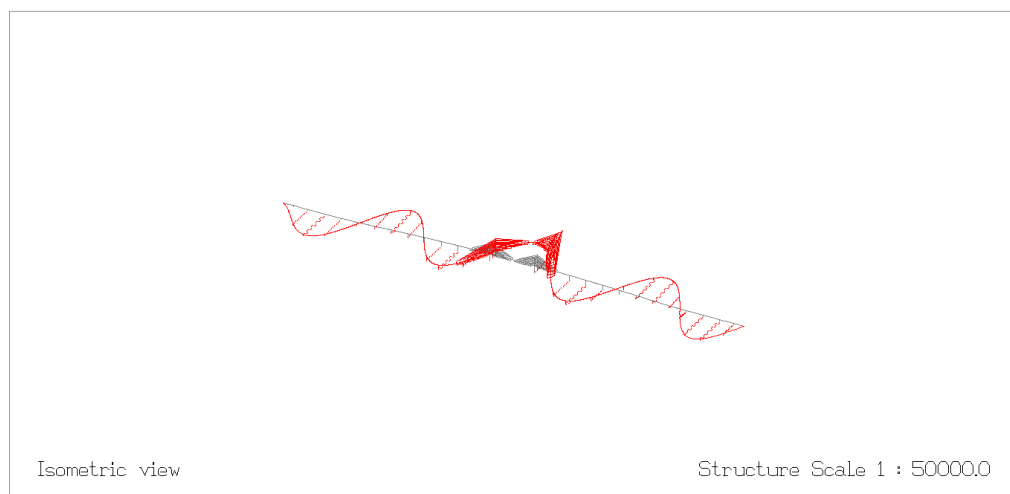
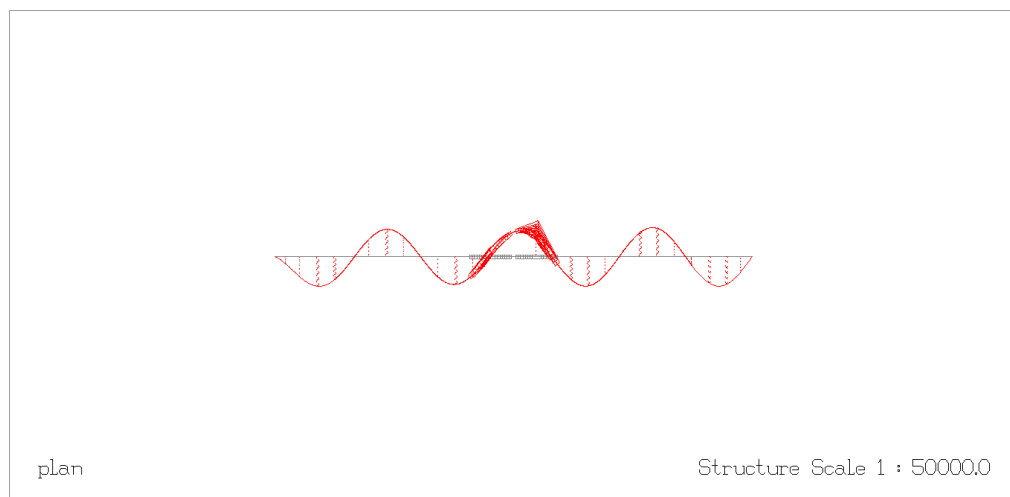
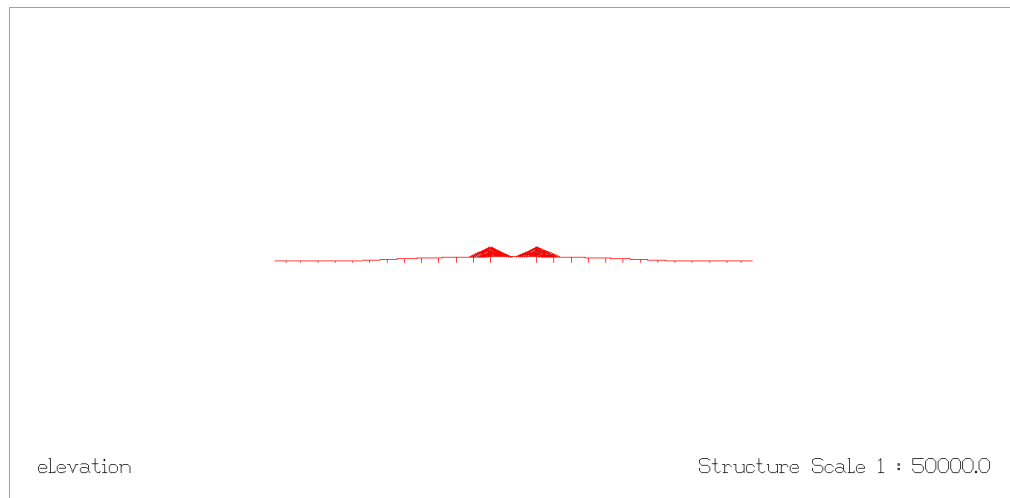
Plot 'pl-eig-stgPlot+Eigen.pl' from 03 JUN 2015

Eigenmode eigenmodes#7 (Factor 300, 0.166 (Hz))
Stage Plot+Eigen



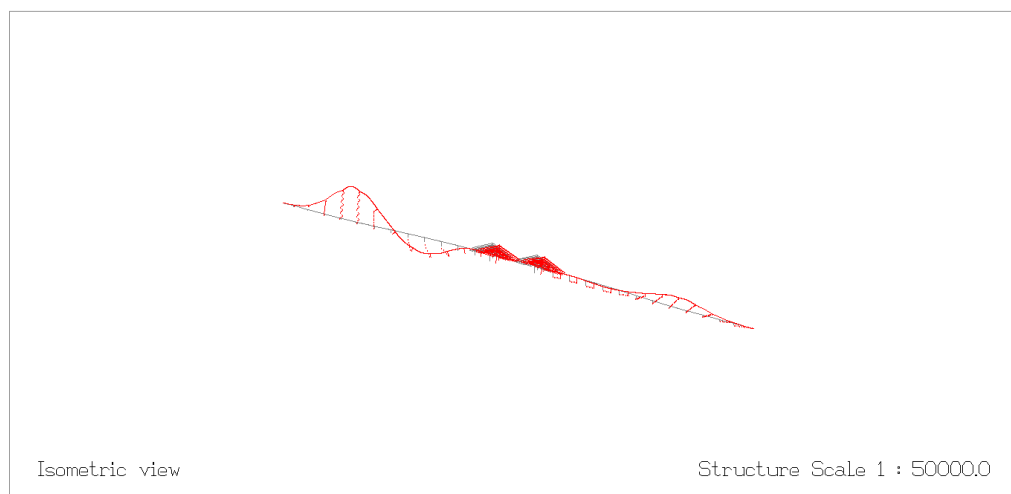
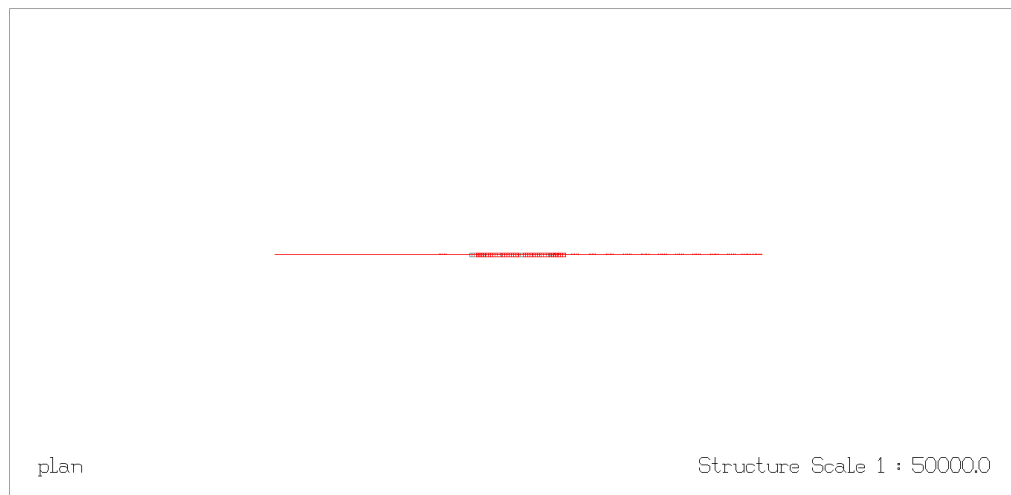
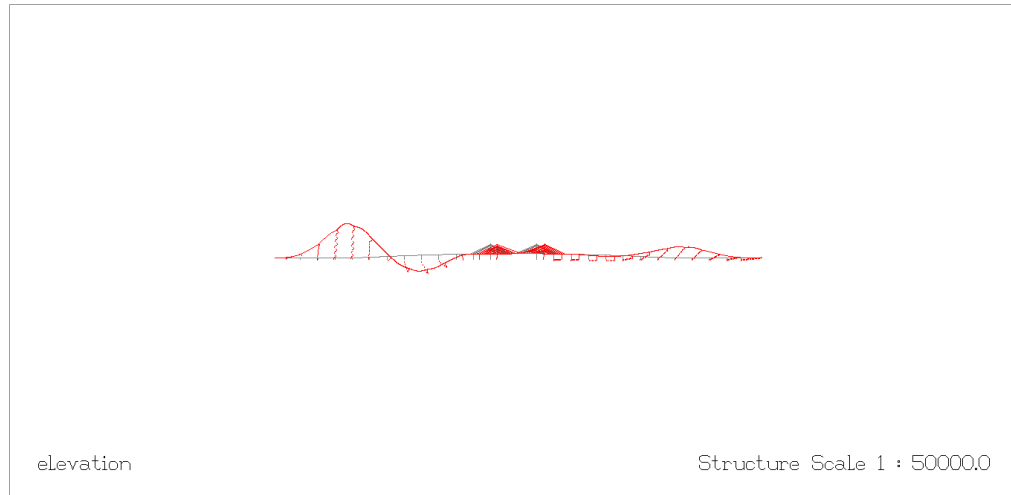
Plot 'pl-eig-stgPlot+Eigen.pl' from 03 JUN 2015

Eigenmode eigenmodes#8 (Factor 300, 0.182 (Hz))
Stage Plot+Eigen



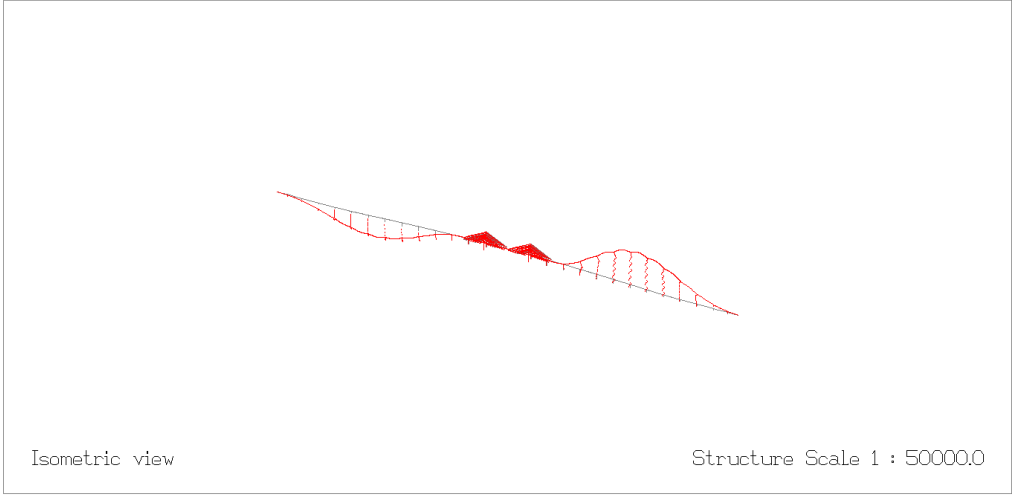
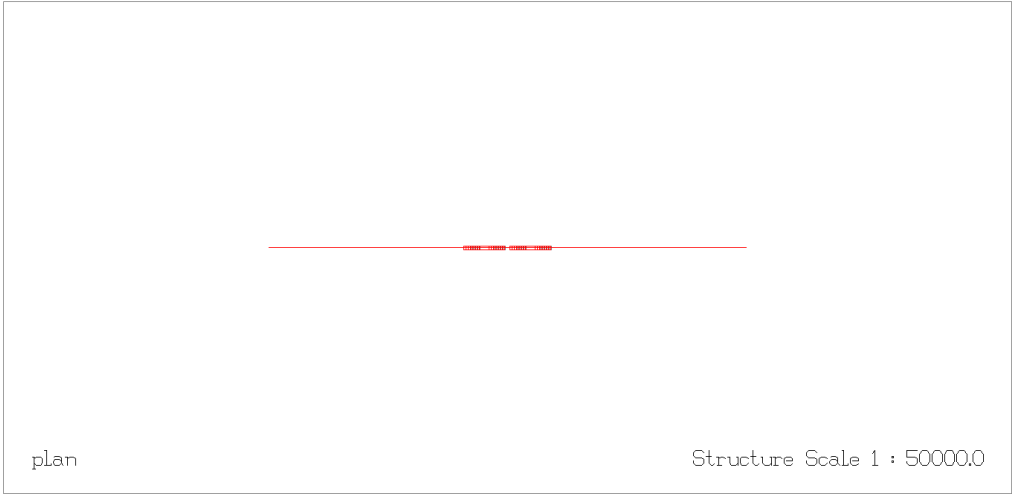
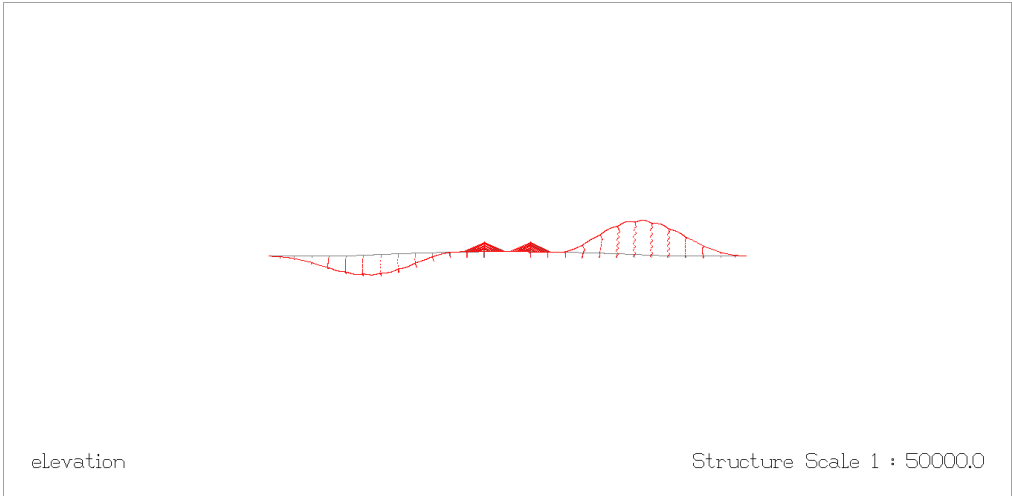
Plot 'pl-eig-stgPlot+Eigen.pl' from 03 JUN 2015

Eigenmode eigenmodes#9 (Factor 300, 0.214 (Hz))
Stage Plot+Eigen



Plot 'pl-eig-stgPlot+Eigen.pl' from 03 JUN 2015

Eigenmode eigenmodes#10 (Factor 300, 0.221 (Hz))
Stage Plot+Eigen



D: Matlab-programmer og Excel-ark

m-filene og excel-arkene brukt i oppgaven er listet opp i dette vedlegget.

De er levert i sin helhet digitalt til fagansvarlig.

m-filer:

Vertikal.m

Komb_H_T.m

Horisontal.m

Vind.m

Su.m

Sw.m

H.m

stil_plot.m

stil_plot_bred.m

Excel-ark med input data for svingeformer:

Rx.xlsx

Vy.xlsx

Vz.xlsx

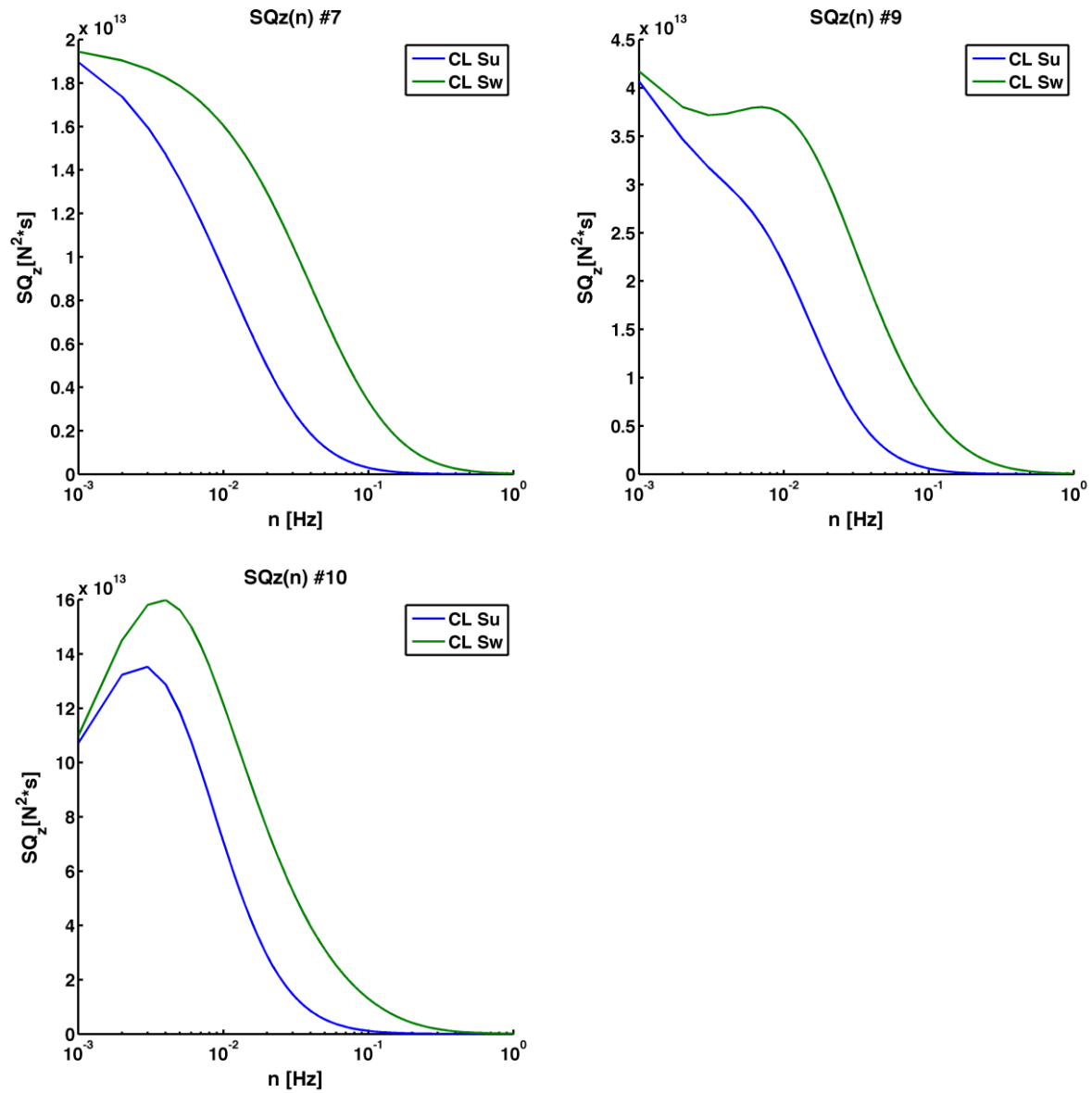
zkord.xlsx

Amp.xlsx

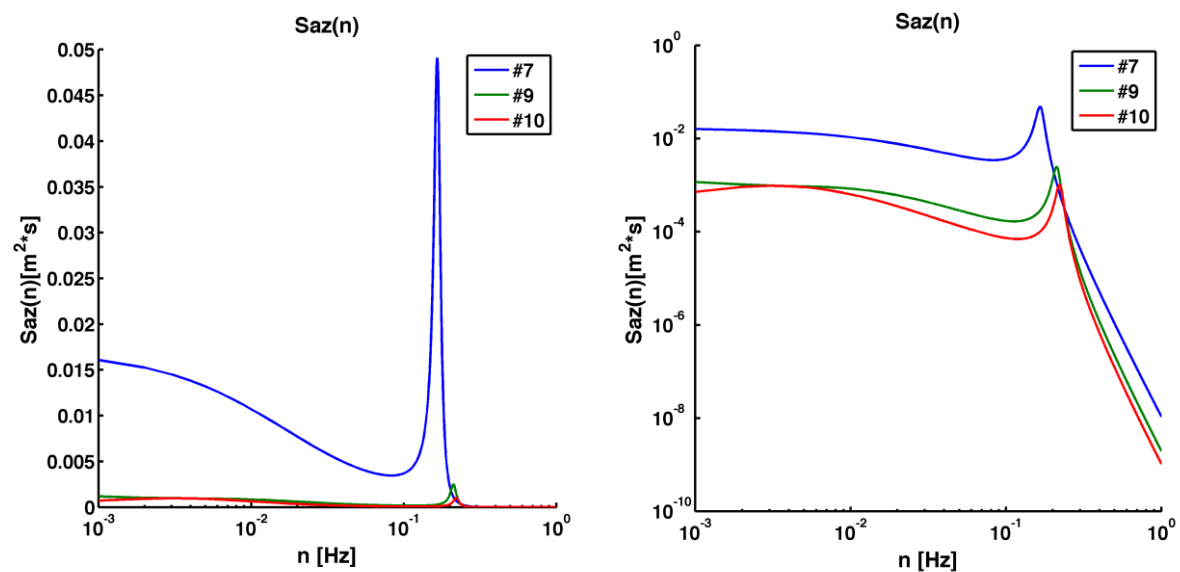
E: Plot fra matlab

Ren vertikal respons:

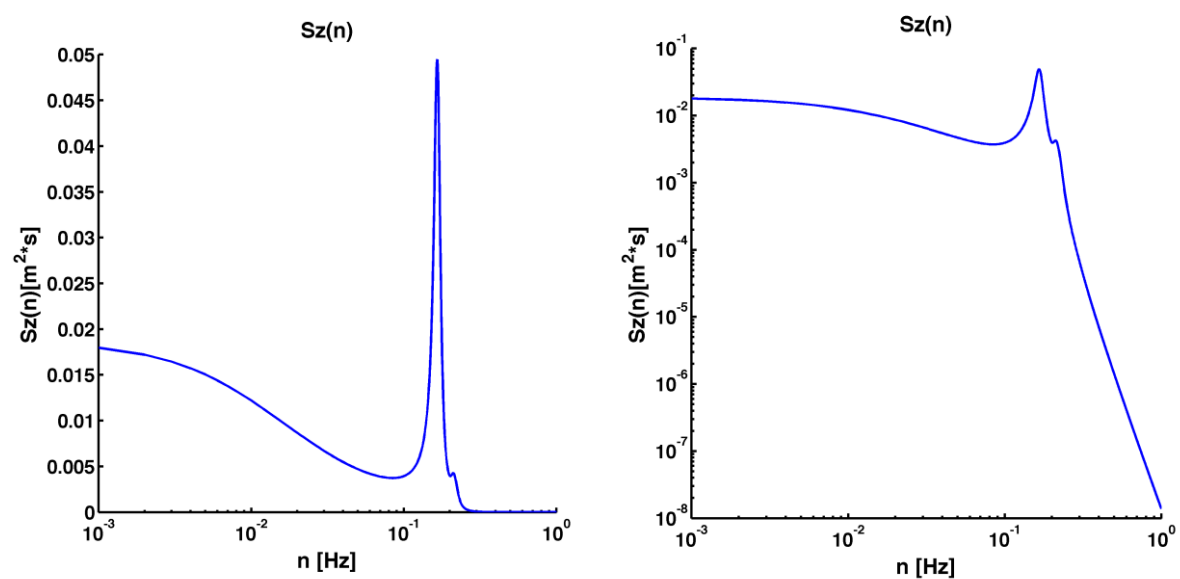
Oppdelt lastspektrum i bidrag fra u- og w-turbulens for ulike egenperioder:



Forskyvningsspektrum for ulike egenperioder (semilogx- og loglog- plot):

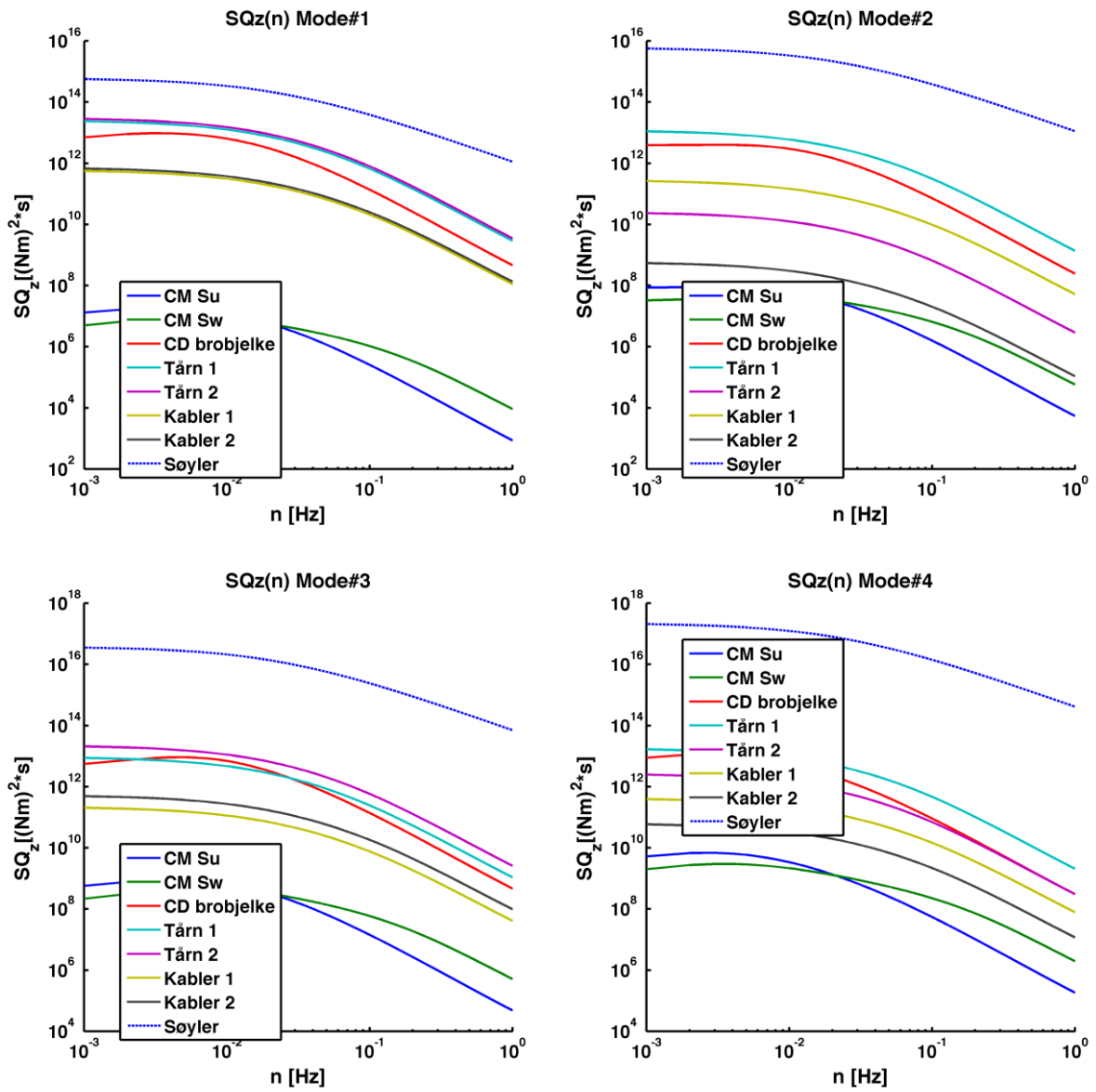


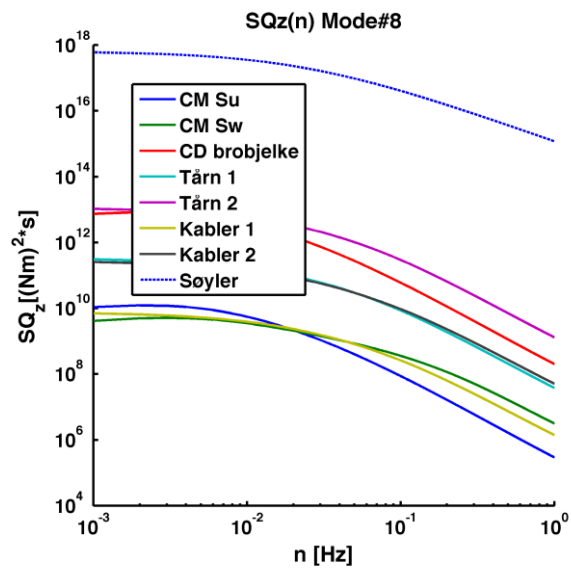
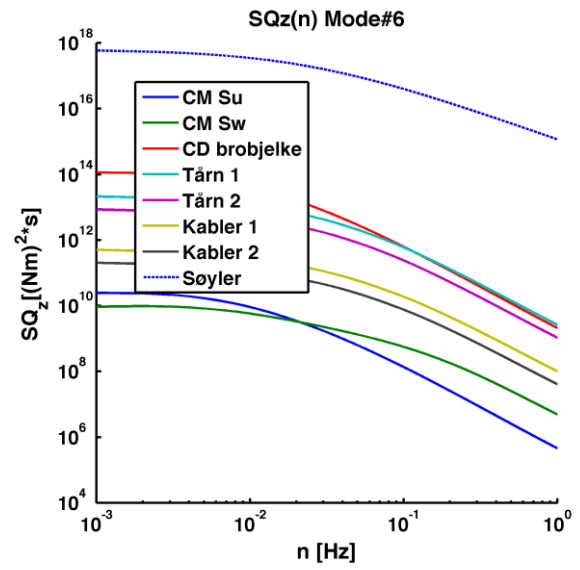
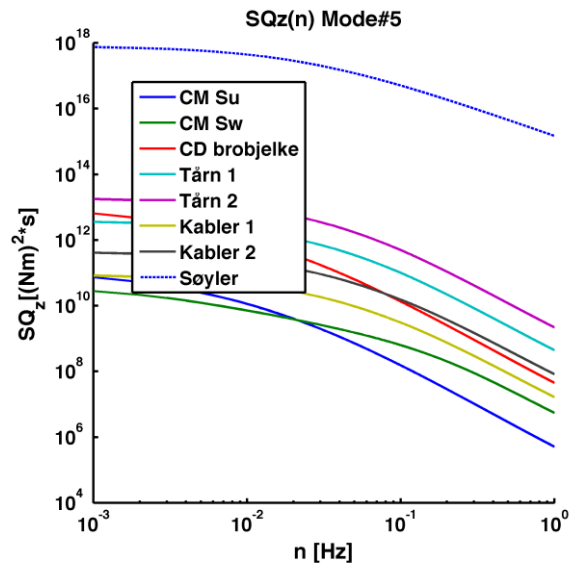
Forskyvningsspektrum (semilogx- og loglog- plot):



Kombinert torsjon og horisontal

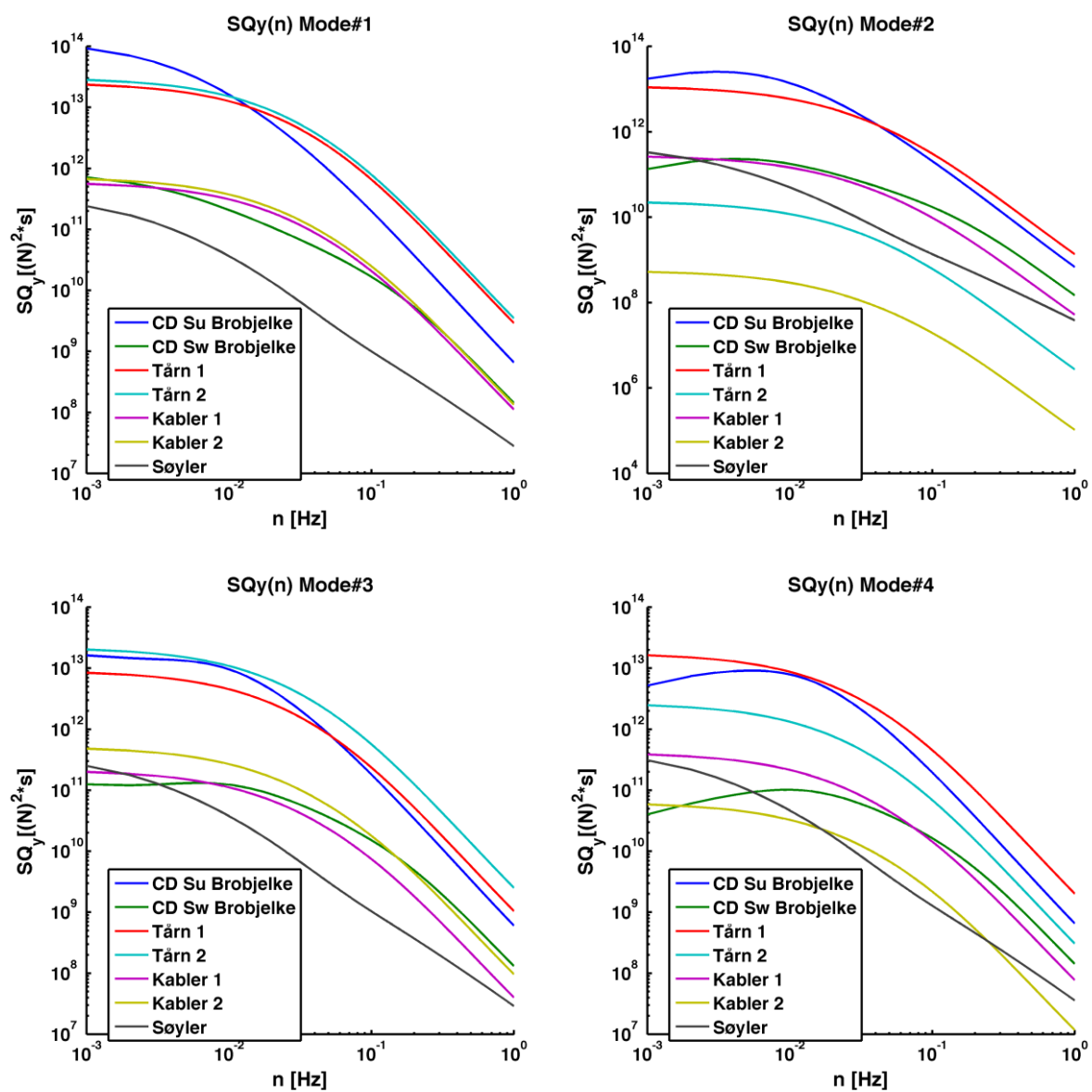
Oppdelt lastspektrum i bidrag fra ulike konstruksjonsdeler og egenperioder (loglog-plot):

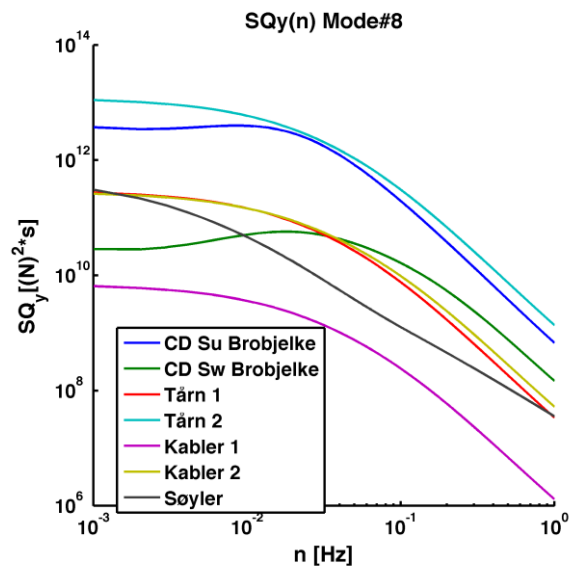
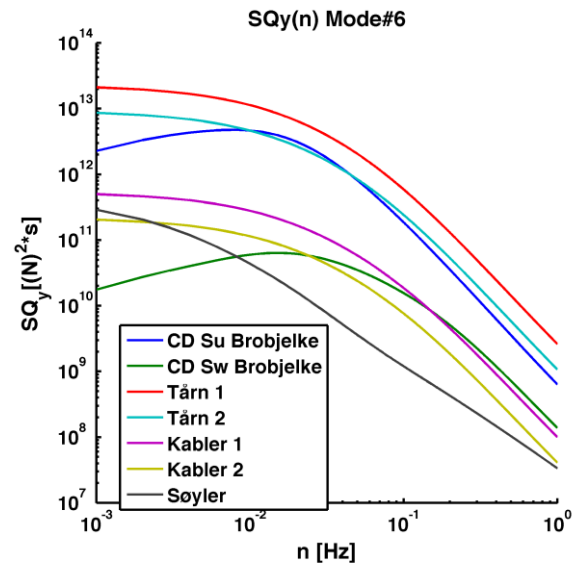
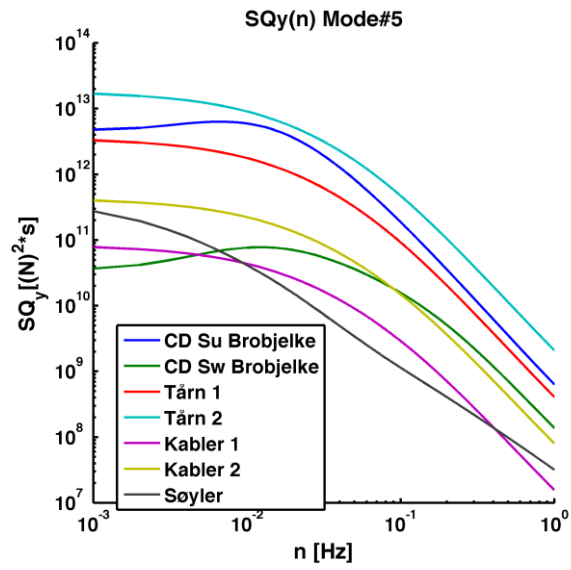




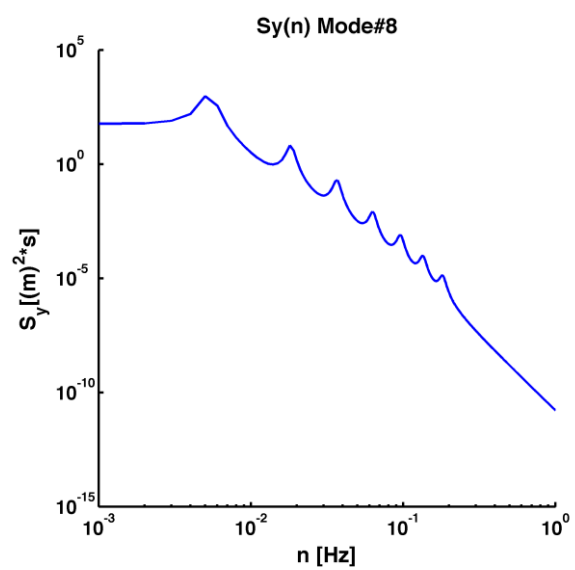
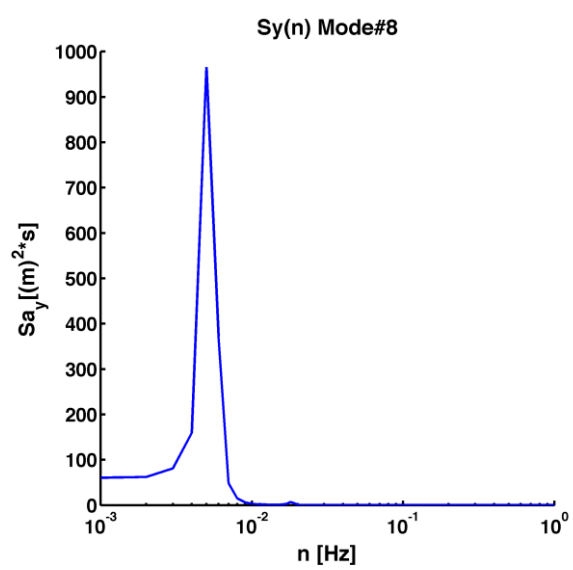
Ren horizontal respons

Oppdelt lastspektrum i bidrag fra ulike konstruksjonsdeler og egenperioder (loglog-plot):





Forskyvningsspektrum (semilogx- og loglog- plot):



F: Instabilitets beregninger

Hvirvelavløsningssvingninger, (Vortex shedding)

V499

Hvirvelavløsningsfrekvens

$$n_s = \frac{V \cdot St}{h}$$

Resonante vindhastigheter

$$V_r = \frac{n_i \cdot h}{St}$$

Strouhal tall varierer mellom 0.05 og 0.2 for brudekker. [Bridge engineering handbook]

Flytebroen har egenperioder mellom 7 og 60 sekunder og det tilsvarer henholdsvis 0.14 og 0.016Hz. Brobjelkehøyden er 3.5 meter for høybroen og 5 for resten av broen.

Minste resonante vindhastighet:

$$V_{r,min} = \frac{0.016 \cdot 3.5}{0.2} = 0.28 \text{ m/s}$$

Største resonante vindhastighet:

$$V_{r,max} = \frac{0.14 \cdot 5}{0.05} = 14 \text{ m/s}$$

Formlene over indikerer at det vil være mulighet for ugunstige hvirvelavløsninger ved vindhastigheter lavere enn 14m/s. Tiltak for å begrense hvirvelavløsnings effekter bør av den grunn vurderes. Vanlige tiltak er å installere ledeskovler og/eller øke dempningen.

$$St = \frac{\omega \cdot L}{V}$$

$$\omega = \frac{St \cdot V}{L}$$